

10 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.

Все задания по 7 баллов.

10.1. Для какого наибольшего натурального n существует единственное натуральное k , удовлетворяющее неравенству $\frac{5}{6} < \frac{k}{n} < \frac{6}{7}$?

10.2. Из выпуклого 12-угольника удалили три случайно выбранные стороны. Какова вероятность, что хотя бы одна вершина окажется изолированной (то есть не соединенной стороной ни с какой вершиной)?

10.3. К Новому году кондитерский магазин приготовил 300 подарочных наборов конфет. Использовалось несколько видов конфет, число конфет в наборе могло быть различным, но каждый набор включал в себя не больше 1 конфеты каждого вида. Все наборы были различны, то есть отличались хотя бы на одну конфету. Не было вида конфет, который был бы включен во все 300 наборов, но в любых двух наборах была одинаковая конфета. Какое наименьшее количество видов конфет могло быть использовано?

10.4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , точка K – середина стороны BC . Докажите, что прямая KN касается окружности, описанной около треугольника ANM .

10.5. Числа a, b, c положительны и удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + ab = 25, \\ a^2 + c^2 + ac = 49, \\ b^2 + c^2 + bc = 64. \end{cases}$$

Найдите величину $ab + bc + ac$.