

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике
2024-2025 уч.г.
10 класс**

10.1 Андрей записал на доске 130 чисел, не обязательно различных. Далее он обнаружил, что среди всех возможных попарных произведений этих чисел ровно 130 отрицательных, среди попарных сумм тоже ровно 130 отрицательных. Верно ли, что ровно половина из записанных им на доске чисел являются положительными?

10.2 Даны целые положительные числа $c_0, c_1, \dots, c_{100}$, такие, что $c_1 > c_0$, и $c_2 = 3c_1 - 2c_0$, $c_3 = 3c_2 - 2c_1$, ..., $c_{100} = 3c_{99} - 2c_{98}$.
Докажите, что $c_{100} > 2^{99}$.

10.3 Когда-то, в старые времена, в одном месте жили 100 крокодилов, 99 львов и 101 карявка. Крокодилы едят карявок, карявки едят львов, а львы едят крокодилов. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечётное число других животных. Сейчас в одном месте осталось всего одно животное. Кто это?

10.4 Доказать, что для любых положительных x, y справедливо неравенство:

$$2 \left(\frac{x^2 + y^2}{xy} + \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \geq 5.$$

10.5 Дан треугольник MHK , его стороны равны $MH=9$, $MK=7$, биссектриса внутреннего угла M пересекается со стороной KH в точке P такой, что $PM=KP$. Какова длина стороны KH ?