

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2024-2025 учебный год

10 класс

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, записать в каждой из них ответ и привести его обоснование (нужно записать полное развёрнутое решение). Задачи можно решать в любом порядке. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Время выполнения заданий - 235 минут.

10.1. Вася написал на доске несколько различных двузначных чисел. Оказалось, что сумма никаких двух из написанных на доске чисел не равна 90. Какое максимальное количество чисел мог написать Вася?

10.2. Дан квадратный трёхчлен $f(x)$. Известно, что существуют пары различных чисел (m, k) таких, что $\frac{f(m)}{f(k)} = \frac{m}{k}$. Назовем такие пары *хорошими*. Докажите, что значение выражения $m \cdot k$ во всех хороших парах одинаково.

10.3. На доске были написаны не обязательно разные неотрицательные целые числа. Коля вычел из каждого исходного числа 1, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_1 . Вася вычел из каждого исходного числа на доске 2, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_2 . Наконец Андрей вычел из каждого исходного числа на доске 3, затем сложил модули всех получившихся чисел, и получил сумму S_3 . Сколько двоек было написано на доске?

10.4. Есть 30 нечётных натуральных чисел. Оказалось, что их можно разбить на 10 троек так, что в каждой тройке одно из чисел равно произведению двух других. Может ли сумма этих 30 чисел равняться 2024?

10.5. В трапеции $ABCD$ длина боковой стороны AB равна сумме длин оснований. Окружность Ω с центром в точке A , проходящая через D , пересекает отрезки BD и BA в точках E и F соответственно. Докажите, что точки B, C, E, F лежат на одной окружности.