



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 10 КЛАСС 1 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение

$$|| \dots || |2x| - x| - x| - \dots | - x| = x^2 - 1.$$

В левой части знак «минус» фигурирует 98 раз.

2. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 70^\circ$. На стороне AB отмечена точка X , на стороне BC — точка Y , а на стороне AC — точка Z , причем $AB = BY$, $CY = CZ$ и $AZ = AX$. Найдите угол XYZ .

3. На доске написано некоторое натуральное число N . Петя разделил его с остатком на 4441, записал в тетрадь остаток, а полученное неполное частное разделил на 81 и снова записал остаток. Вася разделил N с остатком на 81, записал к себе в тетрадь остаток, полученное неполное частное разделил на 4441 и снова записал остаток в тетрадь. Сумма двух остатков, записанных Петей, оказалась не равна сумме двух Васиных остатков. На какое наименьшее число могли отличаться друг от друга эти суммы?

4. Сумма целых чисел a и b не равна 1. Известно, что число $n^2 - 2an - b$ не делится на $a + b - 1$ ни при каком целом n . Докажите, что квадратный трехчлен $x^2 - 2bx - a$ не имеет целых корней.

5. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в квадрате 110×110 так, чтобы в любом прямоугольнике 11×12 (и в любом прямоугольнике 12×11) была хотя бы одна отмеченная клетка?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2024 Г. I ТУР 10 КЛАСС 2 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение

$$|| \dots || |3x| - x| - x| - \dots | - x| = 1 - x^2.$$

В левой части знак «минус» фигурирует 77 раз.

2. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 56^\circ$ и $AB = AC$. На продолжении стороны AB за точку B выбрана точка X , а на продолжении отрезка AC за точку C — точка Y . На отрезке XY отмечена точка Z . Известно, что $AX = XZ$, $YZ = YC$. Найдите угол BZC .

3. На доске написано некоторое натуральное число K . Дима разделил его с остатком на 3637, записал в тетрадь остаток, а полученное неполное частное разделил на 73 и снова записал остаток. Саша разделил N с остатком на 73, записал к себе в тетрадь остаток, полученное неполное частное разделил на 3637 и снова записал остаток в тетрадь. Сумма двух остатков, записанных Димой, оказалась не равна сумме двух Сашиных остатков. На какое наименьшее число могли отличаться друг от друга эти суммы?

4. Сумма целых чисел a и b не равна -1 . Известно, что квадратный трехчлен $x^2 + 2ax + b$ имеет целый корень. Докажите, что при некотором целом n число $n^2 + 2bn + a$ делится на $a + b + 1$.

5. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в квадрате 90×90 так, чтобы в любом прямоугольнике 10×11 (и в любом прямоугольнике 11×10) была хотя бы одна отмеченная клетка?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru