

Всероссийская олимпиада школьников по математике 2024–2025

Муниципальный этап

10 класс

10.1 Миллион представлен как сумма двух натуральных слагаемых, каждое из которых делится на сумму цифр другого. Докажите, что слагаемые чётны.

10.2 Определите наименьшее возможное значение выражения

$$\sqrt{2x - 3y - 1} + \sqrt{x + 2y + 4} + \sqrt{5y - x}.$$

10.3 Каждую сторону и каждую диагональ выпуклого шестиугольника покрасили в один из двух цветов — красный или синий. Докажите, что найдётся хотя бы один треугольник, образованный тремя вершинами и отрезками между ними, такой, что все его стороны окрашены в один цвет.

10.4 Два железнодорожных пути пересекаются в точке O под углом 60° . К месту пересечения выезжают одновременно два поезда: пассажирский со станции A , находящейся в 30 км, и товарный со станции B — в 60 км от точки O . Пассажирский поезд идёт со скоростью 60 км/ч, а товарный — 30 км/ч. Через сколько времени поезда будут на наименьшем расстоянии друг от друга? Чему равно это расстояние?

10.5 Пусть $KLMN$ — трёхзвенная ломанная в пространстве, причём $KL = LM = MN$ и угол $\angle LMN = 90^\circ$. Найдите расстояние от K до середины LN , если $KN = a$.