

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

- 10.1. Существуют ли пять последовательных натуральных чисел, таких, что если к сумме этих чисел прибавить их произведение, то результат будет оканчиваться на 2024?
- 10.2. Возрастающая арифметическая прогрессия содержит два натуральных числа и квадрат меньшего из них. Докажите, что она содержит и квадрат второго числа.
- 10.3. В пространстве выбраны 9 точек так, что они лежат на четырех прямых, параллельных прямой a , а также на трех прямых, параллельных прямой b , прямая b не параллельна прямой a . Докажите, что эти 9 точек лежат в одной плоскости.
- 10.4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1. Прямая l проходит через точку E , середину ребра $C_1 D_1$, и пересекает прямые AD_1 и $A_1 B$. Найдите расстояние от точки E до точки пересечения прямой l с прямой $A_1 B$.
- 10.5. В таблице 3×3 в центральной клетке стоит 0. Двое по очереди ставят в эту таблицу числа от 1 до 8 (каждое число можно использовать только один раз). Первый выигрывает, если, после того как в таблицу будут поставлены все числа, сумма чисел в какой-то строке, столбце или на какой-то из диагоналей делится на 9. В противном случае выигрывает второй. Кто выигрывает при правильной игре?