Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 - 2025 учебный год

10 класс

1. Имеется 100 гирек, масса каждой - целое число грамм, меньшее 9. Все гирьки произвольным образом разложили на две чаши весов, по 50 на каждую. Докажите, что можно убрать (снять с весов) несколько гирек так, чтобы чаши уравновесились.

2. Найдите многочлен с целыми коэффициентами, обращающийся в 0 в точках *X*\ = л/5 и *x 2* = 1 + *УЗ*.

3. Докажите, что уравнение

$$6Ж = y2 + y - 2$$

   не имеет решений в целых числах.

4. Найдите максимальную возможную площадь треугольника, который можно поместить в единичный квадрат.

5. По кругу записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается увеличивать на единицу каждое из трёх стоящих подряд чисел, а также уменьшать на единицу каждое их трёх чисел, стоящих через одно друг от друга. Можно ли в результате таких манипуляций сделать все шесть чисел равными?