

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

11.1. Найдите значение выражения

$$a = \log_{2002} 2001 \cdot \log_{2003} 2002 \cdot \dots \cdot \log_{2024} 2023 \cdot \log_{2025} 2024.$$

11.2. Решить уравнение $\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2} = 2$.

11.3. Стадо овец состоит из самцов и самок. Самцы составляют в стаде 45 % по численности и 55 % по весу. Во сколько раз средний вес самца больше среднего веса самки?

11.4. Докажите, что если для вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ выполняется условие $CD = AD + BC$, то биссектрисы его углов A и B пересекаются на стороне CD .

11.5. Решите уравнение $x^y + 1 = z$ в простых числах.