

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2024/2025 учебный год**

11 класс

1. Найдите такой угол α , что

$$\cos 2\alpha < \sin \alpha < \cos \alpha < \sin 2\alpha .$$

2. Пусть a – какой-то один из корней уравнения $x^3 - 20x^2 - 24x + 25 = 0$. Найдите уравнение третьей степени с целыми коэффициентами такое, чтобы его корнем было число a^2 .
3. Докажите, что найдётся натуральное число n такое, что

$$n^n + (n + 1)^n + (n + 2)^n$$

делится на 2024.

4. Докажите неравенство для всех $x > 0$:

$$\frac{1}{x + x^2} + \frac{x}{1 + x^2} + \frac{x^2}{1 + x} \geq \frac{3}{2}.$$

5. В $\triangle ABC$ провели биссектрисы AA_1 и BB_1 . Серединный перпендикуляр к AA_1 пересекает продолжение луча BB_1 за точку B_1 в точке D , а точка E – пересечение прямой DA_1 и AC . Докажите, что $CA_1 = CE$.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.