

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

2024-2025 уч. год

11 класс

11.1. Пусть a и b - положительные числа и $p = 1 + a/b$, $q = 1 + b/a$, $p^2 + q^2 = 15$.

Найдите значение выражения $p^4 + q^4$.

11.2. Олег сыграл за две недели не более сорока партий в шахматы. Три четвёртых из партий, сыгранных Олегом за первую неделю, он выиграл. А из партий, сыгранных во вторую неделю, Олег не выиграл только 20% партий. Найдите общее количество сыгранных Олегом за две недели партий, если во вторую неделю он выиграл на семь партий больше, чем в первую.

11.3. Найдите наибольшее положительное целое число n , произведение всех делителей которого равно n^2 , а сумма всех делителей равна $n + 2017$.

11.4. В клетках квадрата 4×4 расставляются целые положительные числа так, что в каждой клетке ровно одно число, все шестнадцать чисел различны и в любых двух соседних по горизонтали или вертикали клетках (имеющих общую сторону) стоят не взаимно простые числа (имеющие общий делитель, отличный от 1). Найдите наименьшее возможное значение суммы всех шестнадцати чисел.

11.5. В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC точка M – середина стороны AB , высоты AD и BE пересекаются в точке H . Докажите, что прямые BA , DE и прямая, проходящая через точку C перпендикулярно прямой MH , пересекаются в одной точке.