

11 класс

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некоторой стране есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.