

Всероссийская олимпиада школьников по математике 2024–2025

Муниципальный этап

11 класс

11.1 Миллион представлен как сумма двух натуральных слагаемых, каждое из которых делится на сумму цифр другого. Докажите, что слагаемые чётны.

11.2 Решите уравнение

$$\sin^{2025} x + \cos^{2025} x = 1.$$

11.3 Каждую сторону и каждую диагональ выпуклого шестиугольника покрасили в один из двух цветов — красный или синий. Докажите, что найдётся хотя бы один треугольник, образованный тремя вершинами и отрезками между ними, такой, что все его стороны окрашены в один цвет.

11.4 Два железнодорожных пути пересекаются в точке O под углом 60° . К месту пересечения выезжают одновременно два поезда: пассажирский со станции A , находящейся в 30 км, и товарный со станции B — в 60 км от точки O . Пассажирский поезд идёт со скоростью 60 км/ч, а товарный — 30 км/ч. Через сколько времени поезда будут на наименьшем расстоянии друг от друга? Чему равно это расстояние?

11.5 Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Прямые AD и BC пересекаются в точке E , а прямые AB и DC — в точке F . Докажите, что

$$\frac{S_{ACF}^2}{S_{CEF}^2} = \frac{BC \cdot AD \cdot AF}{CE \cdot DE \cdot BF}.$$