

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап

11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

- 11.1. В каждой клетке квадрата 2024×2024 стоит целое число. При этом в каждой строке квадрата образовалась арифметическая прогрессия. Докажите, что сумма всех чисел в таблице делится на 4.
- 11.2. Можно ли на окружности расположить числа 1, 2, 3, ..., 13 так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?
- 11.3. В полукруг радиуса R вписаны круг наибольшего диаметра и два круга, каждый из которых касается вписанного круга, данного полукруга и его диаметра. Определите площадь данного полукруга, не вошедшую во вписанные в него круги.
- 11.4. Каждый из пассажиров автобуса получил билет с шестизначным номером, причем все номера билетов – последовательные числа. Какое наименьшее количество пассажиров могло ехать в автобусе. Если ровно у $\frac{1}{12}$ из них в номере билета есть цифра 7?
- 11.5. Шахматная доска размером 6×6 покрыта 18 косточками домино (каждая косточка покрывает две клетки доски). Докажите, что независимо от расположения этих косточек, всегда можно разрезать доску по прямой, параллельной одной из сторон края доски, не повредив ни одной косточки домино.