

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 - 2025 учебный год

11 класс

1. Имеется 100 гирек, масса каждой - целое число грамм, меньше 9. Все гирьки произвольным образом разложили на две чаши весов, по 50 на каждую. Докажите, что можно убрать (снять с весов) несколько гирек так, чтобы чаши уравновесились.
2. Про натуральные числа m и n известно, что их произведение делится на их сумму, а наибольший общий делитель чисел m и n равен d . Докажите, что

$$d > \sqrt{m + n}.$$

3. Докажите, что число

$$a = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5}}}}}$$

иррационально.

4. В отеле поселились приехавшие на соревнования футболисты, штангисты и журналисты, всего 100 человек. В первый же вечер сфотографировались каждая пара футболистов, каждая пара штангистов и каждая пара журналистов. На следующий день каждый журналист сфотографировался с каждым из спортсменов. На третий день каждый журналист снова сфотографировался с каждым из футболистов. Всего за эти три дня было сделано 5021 фотографий. Сколько футболистов поселилось в этом отеле?
5. Три человека смотрят на башню. Каждый видит ее под своим углом (угол между направлениями на основание башни и на верхушку башни). Сумма этих углов равна 90° . Найдите самый большой из этих углов, если первый находится на расстоянии 100 метров от основания башни, второй на 200, а третий на 300.