

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

2024-2025 уч. год

7 класс

7.1. Расположите в клетках квадрата 3×3 девять чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 по одному в каждой клетке так, чтобы из шести произведений трёх чисел в отдельной строке или в отдельном столбце ровно три произведения были точными квадратами.

7.2. Можно ли разрезать квадраты 5×5 и 4×4 клеток на (общее число) пять частей по линиям клеток так, чтобы из этих пяти частей можно было сложить прямоугольники 3×7 и 10×2 клеток?

7.3. Игроки А и Б по очереди (начинает А) записывают на доске одну из цифр 2, 3, 5 или 7 (цифры могут повторяться). Игра заканчивается, как только произведение всех записанных на доске чисел станет больше 2024. Выигрывает тот игрок, который записал последнюю цифру. Кто выигрывает при правильной игре? (под *правильной* игрой понимаются такие действия игроков, когда каждый действует наилучшим для себя образом, пытаясь выиграть)

7.4. Докажите, что если a , b и c – целые числа, для которых сумма $35a^3 + 17b^3 - c^3$ делится на 18, то произведение abc делится на 6.

7.5. На отрезке $[0; 160]$ числовой прямой отмечены красным цветом точка А и синим цветом точка Б. Затем вместе с точкой А отмечены красным цветом все такие точки отрезка $[0; 160]$, которые отстоят от точки А на расстояние, кратное числу 5. Вместе с точкой Б отмечены синим цветом все такие точки отрезка $[0; 160]$, которые отстоят от точки Б на расстояние, кратное числу 8. Если все закрашенные точки попарно различны (нет точек, закрашенных в оба цвета), то всегда ли среди всех закрашенных точек найдутся две такие, расстояние между которыми не больше 1?