

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
КУРГАНСКАЯ ОБЛАСТЬ
2024–2025 учебный год

7 класс

Каждое задание оценивается в 7 баллов.

Время выполнения – 235 минут.

Максимальный балл – 35.

7.1. Чтобы спасти принцессу, рыцарь должен был успеть добраться до замка за 2 часа. Сначала он 20 километров скакал на коне со скоростью 24 км/час, потом плыл 3 километра по озеру со скоростью 4 км/час, потом бежал 6 километров. С какой наименьшей средней скоростью рыцарь должен был бежать, чтобы успеть спасти принцессу?

7.2. Медведь, Лиса, Заяц и Ворона ели кусок сыра. Медведь съел в два раза меньше, чем Ворона, а Лиса съела в два раза меньше, чем та часть сыра, которую не съела Ворона. Какую долю сыра съела Ворона, если Заяц съел лишь десятую часть сыра? (Ответ запишите в виде десятичной дроби).

7.3. Петя говорит, что если, a^5 делится на b^2 , где a и b — натуральные числа, то a^2 делится на b . Докажите, что он неправ, приведя опровергающий пример.

7.4. Дима и Вася играют в следующую игру. У Васи в распоряжении кран с водой и три кастрюли объёмами 3, 5 и 7 литров. Васе требуется с помощью этих кастрюль отмерить 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка — после каждого двух переливаний, которые совершает Вася (наполнение кастрюли считается переливанием, выливание любого количества воды из кастрюли считается переливанием), Дима обязательно выливает воду из одной из кастрюль (из любой непустой кастрюли на свой выбор, если все кастрюли пустые, то ничего не делает). Если при таких условиях Вася сможет отмерить 1 литр воды, то он победил. Сможет ли Вася выиграть в этой игре, несмотря на действия Димы? (Как и во всех задачах играх предполагается, что обе стороны играют верно).

7.5. Над каждым столбцом таблицы 5×5 и левее каждой ее строки выписано по натуральному числу, всего 10 чисел. Известно, что каждое из них не больше 12. В каждую клетку A таблицы записана сумма двух чисел: числа, соответствующего столбцу, содержащему клетку A , и числа, соответствующего строке, содержащей A . Докажите, что среди этих сумм найдутся одинаковые.