

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2024-2025 уч.год
7 класс

1. Имеются три мешка Деда Мороза, на каждом написана одна фраза. На красном мешке написано "В других мешках подарка нет". На голубом мешке написано "Подарок не в этом мешке". На золотистом мешке написано "Подарок не в красном мешке". В каком мешке находится подарок, если известно, что из написанных фраз ровно одна верная?
2. В клетках прямоугольной таблицы 10×10 написаны числа, каждые два из которых различны. В каждой клетке, не лежащей на краю таблицы, стоит число, равное среднему арифметическому соседних чисел. Докажите, что самое большое число стоит на краю таблицы.
3. В группе семь учеников. Каждому из них учительница задала задачу: найти одно двузначное число, при прибавлении к которому числа 27 получалось бы число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Может ли так оказаться, что каждый из учеников нашел свое, отличное от других, двузначное число?
4. Вдоль дороги растут 8 яблонь. Число яблок на соседних яблонях отличается на 1. Может ли на всех 8 яблонях вместе быть 125 яблок?
5. Шесть борцов из города "Южный" и шесть борцов из города "Восточный" провели турнир, в результате которого каждый занял свое место в турнирной таблице, с первого по двенадцатое. Докажите, что число мест в диапазоне с 1 по 6, которое заняли борцы из города "Южный", совпадает с числом мест в диапазоне с 7 по 12, которое заняли борцы из города "Восточный".
6. Про натуральные числа m и n известно, что

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2024}$$

- а) Докажите, что оба эти числа не могут одновременно быть нечетными.
- б) Приведите один пример таких чисел.

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут. Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 42 балла за все задание. Не забудьте обосновать свои решения задач!