Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2024 - 2025 учебный год

8 класс

1. Вокруг круглого стола сидят рыцари (которые всегда говорят правду) и лжецы (они всегда лгут). Известно, что среди присутствующих есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Каждый из сидящих за столом произнёс фразу: “Человек, сидящий через одного от меня слева - рыцарь". Возможно ли, что всего за столом сидят

   (a) 2024 человека?

   (b) 2025 человек?

2. Даны 111 натуральных чисел, каждое из них имеет в десятичной записи 13 единиц, 23 двойки и некоторое количество нулей. Докажите, что эти числа нельзя так разбить на две группы, чтобы произведение всех чисел первой группы равнялось произведению всех чисел второй группы.

3. Может ли число (a3 1)2 + (a3 - 2)2 + (a3 3)2 при каком-нибудь *a* быть меньше 1,8?

4. В треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника.

5. В ряд выложены в произвольном порядке 50 красных и 50 синих шаров. Докажите, что можно убрать половину красных и половину синих шаров так, что среди оставшихся никакой синий не лежит между красными, и никакой красный не лежит между синими.