

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

9.1. Что больше: 31^{11} или 17^{14} ?

9.2. В социальной сети «ВКонтакте» в группе «Дружный 9-й «А» класс» 27 участников. У каждой девочки в друзьях пять мальчиков из этой группы, а у каждого мальчика четыре девочки. Сколько мальчиков и сколько девочек в группе «Дружный 9-й «А» класс»?

9.3. В остроугольном треугольнике ABC известно, что угол B равен 45° , CH – высота, X – точка на стороне AC, а Y – точка пересечения отрезков CH и BX. Найдите длину отрезка XY, если $BY=AC=10$, $S_{ABC}=60$.

9.4. На доске записано выражение $*1*2*3*4*5*6*7*8$. Саша и Миша играют в такую игру: они ходят по очереди, заменяя на каждом ходу одну из звёздочек любым знаком: «+» или «-». Миша делает ход первым и стремится, чтобы получившееся в конце игры число не было кратным трём. Саша, наоборот, стремится, чтобы это число было кратным трём. Кто из мальчиков выиграет?

9.5. Известно, что для всех допустимых значений x верно, что

$$f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x^2 - 1}{x}. \text{ Найдите } f(x).$$