

9 класс

1. Точки A, B, C, D — соседние вершины правильного многоугольника (именно в такой последовательности). Известно, что угол $ACD = 120$. Сколько сторон у этого многоугольника?

2. На острове живет 2025 человек, каждый из которых является математиком или гуманитарием. Некоторые жители острова знакомы друг с другом, при этом каждый имеет, по крайней мере, одного знакомого. Известно, что тот, у кого среди знакомых математиков меньше чем гуманитариев, всегда врет, а все остальные всегда говорят правду. Каждый житель острова утверждает, что среди его знакомых ровно два гуманитария. Докажите, что хотя бы один человек имеет по крайней мере 4-х знакомых.

3. Докажите, что

$$a + b > (\sqrt{2023} + \sqrt{2024})^2$$

если $a > 0$, $b > 0$ и $ab > 2023a + 2024b$.

4. Решите неравенство $\left| \frac{x-1}{x} \right| (x^2 - x - 6) \leq 0$.

5. Найдите все простые числа x и y , удовлетворяющие уравнению $x^2 - 2y^2 = 1$.