

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный этап

2024-2025 уч. год

9 класс

9.1. Целые положительные числа m, n, k удовлетворяют уравнению

$$m^2n^2k^2 + m^2n^2 + n^2k^2 + k^2m^2 + m^2 + n^2 + k^2 = 1969. \quad \text{Найдите } m + n + k.$$

9.2. Квадрат 8×8 разрезали на квадраты 2×2 и прямоугольники 1×4 . При этом общая длина разрезов оказалась равной 54 . Сколько получилось квадратов 2×2 ?

9.3. Найдите все такие тройки (p, q, r) простых чисел, что $4q-1$ простое число и $(p+q)/(p+r) = r-p$.

9.4. PM – медиана треугольника PQT . Окружность с центром O на стороне PT проходит через точки M и T , пересекает медиану PM в её середине и пересекает сторону PT в точке K так, что $PK = OK$. Докажите, что $PQ = PM$.

9.5. На доске записаны одинаковые числа: $2024, 2024, \dots, 2024$ – всего 2024 числа. На первом шаге стираются любые два числа x и y и вместо них записывается число $(x+y)/4$. Такая процедура выполняется последовательно 2023 шага, после чего на доске остаётся только одно число z . Докажите, что $z > 1$.