

9 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.

Все задания по 7 баллов.

9.1. Найдите наибольшее тринадцатизначное натуральное число, делящееся на 75, в записи которого встречаются все 10 цифр.

9.2. Точка O – центр описанной окружности треугольника KLM с углами $\angle K = 35^\circ$, $\angle L = 20^\circ$ и $\angle M = 125^\circ$. Докажите, что точки K, L, M, O являются вершинами трапеции.

9.3. Квадратное уравнение $x^2 + ax + b = 0$ с целыми коэффициентами a и b имеет два корня $\left(\frac{1}{k} - 2\right)$ и $\left(\frac{1}{m} - 2\right)$, где k, m – различные целые числа. Найдите все значения, которые могут принимать a и b .

9.4. В первой строке подряд выписаны числа от 500 до 1499 в некотором порядке. Под каждым числом первой строки, кроме самого левого, напишем НОД (наибольший общий делитель) этого числа и его левого соседа. Из полученной таким образом второй строки, состоящей из 999 чисел, аналогично получаем третью строку, состоящую из 998 чисел: под каждым числом второй строки (кроме самого левого) напишем НОД этого числа и его левого соседа и т.д. Этот процесс продолжается до появления строки, состоящей из единиц. Какое наибольшее количество строк может быть выписано?

9.5. Среди чисел от 10000 до 9999999 Вася выбрал числа-палиндромы с нечётной суммой цифр, а Петя – числа-палиндромы с чётной суммой цифр. У кого из мальчиков оказалось больше чисел и во сколько раз? (Числа-палиндромы читаются одинаково как слева направо, так и справа налево, например, 11011.)