

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
КУРГАНСКАЯ ОБЛАСТЬ
2024–2025 учебный год

9 класс

Каждое задание оценивается в 7 баллов.

Время выполнения – 235 минут.

Максимальный балл – 35.

9.1. Решите уравнение $1 - (2 - (3 - (...2022 - (2023 - (2024 - x))...))) = 1012$

9.2. Определите количество таких пар натуральных чисел (m, n) , что $m \leq n$ и $\text{НОД}(m, n) = 2023$, $\text{НОК}(m, n) = 20! \cdot 23!$. (Напомним, что $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)

9.3. Два равных прямоугольных треугольника ABC и CDK имеют общий прямой угол C . Докажите, что медиана CM треугольника ABC перпендикулярна стороне DK треугольника CDK .

9.4. В 10Б классе 24 ученика. На выборах старосты каждый из них проголосовал за одного из своих одноклассников (за себя голосовать нельзя). Докажите, что в этом классе можно выбрать группу из восьми человек, среди членов которой никто ни за кого не голосовал.

9.5. Имеется кучка аккумуляторов, среди которых заряженных и n разряженных. Заряженные и разряженные аккумуляторы перемешаны и не отличаются на вид. Если в детскую машинку вставить два заряженных аккумулятора и включить машинку, то машинка поедет. А если хотя бы один аккумулятор из двух разряжен – то не поедет. Назовем пробой установку пары аккумуляторов и включение машинки. Какое наименьшее число проб гарантирует, что машинка поедет, если: а) $n = n+1$; б) $n = n$?