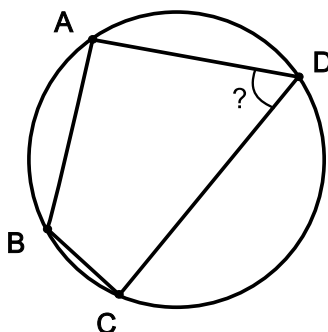


Ленинградская область  
Всероссийская олимпиада школьников по математике  
Муниципальный этап  
2024-2025 уч.год  
9 класс

1. Докажите, что уравнение  $x^2 - 2023x + 2024a + 2025 = 0$  не может иметь целых корней ни при каком  $a$ .
2. Докажите неравенство при всех вещественных  $a, b, c, d$

$$(a + b + c + d)^2 \leq 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$$

3.  $ABCD$  – вписанный четырехугольник, у которого  $AB = AD$  и  $AB + BC = CD$ . Найдите величину угла  $CDA$ .



4. На ярмарке торговали 50 купцов из Москвы и 50 из Нижнего Новгорода. Сначала несколько московских купцов сделали покупку у некоторых нижегородских (каждый купец сделал одну покупку). Затем те нижегородские купцы, у которых московские товар не покупали, сделали по одной покупке у некоторых москвичей, после этого ярмарка закрылась. Докажите, что не менее 50 купцов, торговавших на ярмарке, не продали даже часть своего товара.
5. Написали 2024-значное число. Оказалось, что каждое двузначное число, образованное его соседними цифрами, делится на 17 или на 23. Последняя цифра написанного 2024-значного числа – 1. Найдите первую цифру этого числа.

*Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.*

*Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.*

*Не забудьте обосновать свои решения задач!*