

Пермский край
2024-2025 учебный год
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
9 КЛАСС**

Время выполнения заданий — 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий — 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

- 9.1. У Пети было несколько книг, расставленных по 6 полкам. При этом количества книг на полках были последовательными натуральными числами. Во время ремонта Петя снял книги с полок и купил ещё 99 книг. Докажите, что он способен расставить все свои книги (и старые, и новые) по 6 пустым полкам так, что на всех полках будет одинаковое количество книг.
- 9.2. Можно ли расставить первые 15 натуральных чисел на окружности так, чтобы каждое из них было использовано ровно один раз и сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа?
- 9.3. В остроугольном треугольнике ABC провели биссектрису AF , высоту BH и медиану CN . Оказалось, что FA — биссектриса угла NFH , а прямые NB и NF перпендикулярны. Докажите, что треугольник ABC является равносторонним.
- 9.4. В офисе, представляющем собой клетчатый квадрат 10×10 , сидят 100 программистов, ровно по одному в каждой клетке. Каждый программист получает зарплату, где зарплатой может быть любое положительное число, при этом у любых двух программистов зарплаты различны. Программист доволен, если среди его соседей по стороне и по углу клетки зарплату больше его получает не более одного человека. Найдите наибольшее возможное число довольных программистов в офисе.
- 9.5. Найдите наибольшее возможное значение выражения $ab + bc + cd$, где a, b, c и d — неотрицательные действительные числа и $a + b + c + d = 24$.