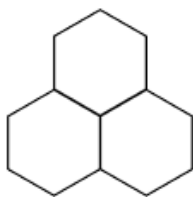


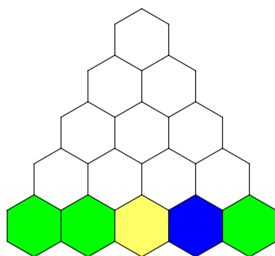
Всероссийская олимпиада школьников по математике
школьный этап 2024-2025
Максимальное количество баллов— 8

4 класс

1. Вариант 1. У Димы есть шестиугольные плитки трёх цветов. Когда он складывает три плитки в форме треугольника с вершиной вверху (см. рисунок), эти три плитки должны быть одного цвета или трёх различных цветов.

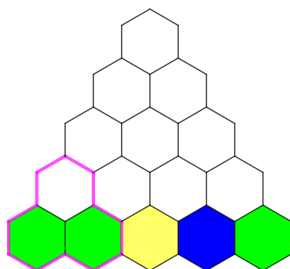


Дима хочет сложить пирамидку указанную на рисунке, причём нижний слой он уже сложил. Шестиугольник какого цвета окажется наверху?

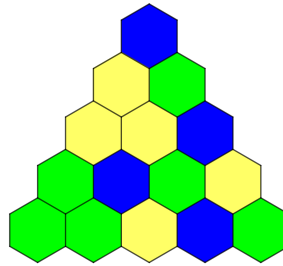


Ответ. Синий

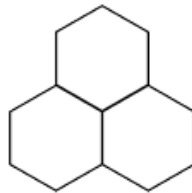
Решение. Рассмотрим второй снизу ряд. Заметим, что каждый шестиугольник этого ряда является "вершиной" треугольника из шестиугольников, две других вершины которого лежат в нижнем ряду. На рисунке отмечен такой "треугольник" для крайнего левого шестиугольника во втором снизу ряду.



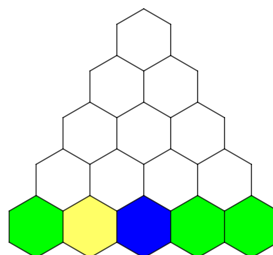
Поэтому, цвет каждого шестиугольника второго снизу ряда определяется однозначно. Следующим заполним третий снизу ряд по тому же принципу. Далее заполним второй сверху ряд, и, наконец, верхний ряд из одного шестиугольника.



Вариант 2. У Димы есть шестиугольные плитки трёх цветов. Когда он складывает три плитки в форме треугольника с вершиной вверху (см. рисунок), эти три плитки должны быть одного цвета или трёх различных цветов.



Дима хочет сложить пирамидку указанную на рисунке, причём нижний слой он уже сложил. Шестиугольник какого цвета окажется наверху?

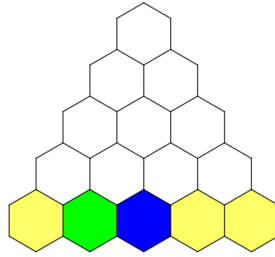


Ответ. Жёлтый

Вариант 3. У Димы есть шестиугольные плитки трёх цветов. Когда он складывает три плитки в форме треугольника с вершиной вверху (см. рисунок), эти три плитки должны быть одного цвета или трёх различных цветов.

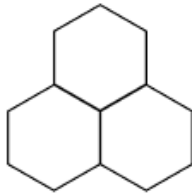


Дима хочет сложить пирамидку указанную на рисунке, причём нижний слой он уже сложил. Шестиугольник какого цвета окажется наверху?

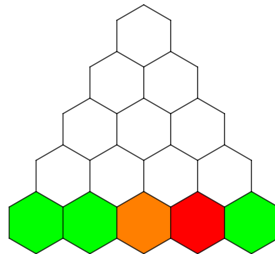


Ответ. Зелёный

Вариант 4. У Димы есть шестиугольные плитки трёх цветов. Когда он складывает три плитки в форме треугольника с вершиной вверху (см. рисунок), эти три плитки должны быть одного цвета или трёх различных цветов.

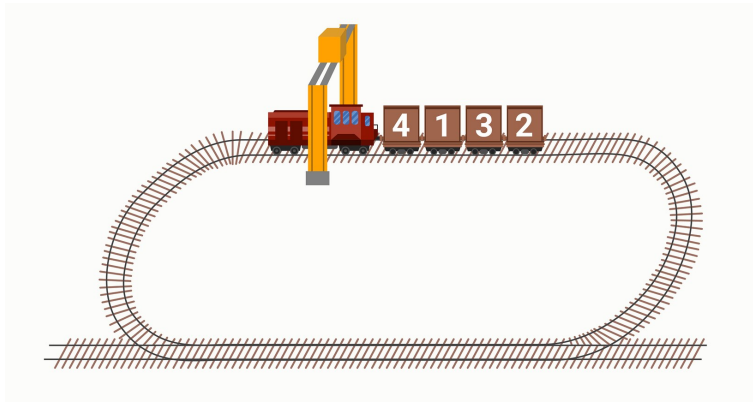


Дима хочет сложить пирамидку указанную на рисунке, причём нижний слой он уже сложил. Шестиугольник какого цвета окажется наверху?



Ответ. Красный

2. Вариант 1. Грузовой поезд состоит из локомотива за которым следуют вагоны, в каждом из которых расположен ровно один пронумерованный контейнер. Контейнеры должны выгружаться в порядке возрастания номера, начиная с 1. Для выгрузки контейнера его вагон располагается непосредственно под краном. Кран неподвижен, а поезд может двигаться только вперёд по кругу. Для разгрузки всех вагонов требуется несколько заходов. Каждый заход начинается с того, что под краном располагается локомотив.



В приведённом выше примере для разгрузки требуется три захода: в первом выгружаются контейнеры 1 и 2, во втором – контейнер 3, в третьем – контейнер 4.

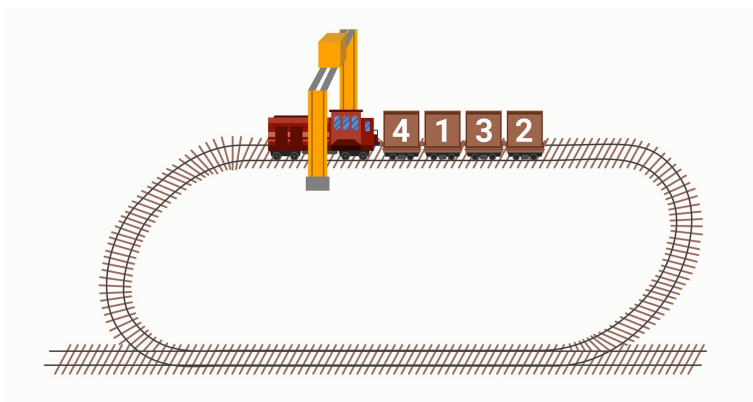
Какое минимальное число заходов нужно для разгрузки поезда на рисунке ниже?



Ответ. 7

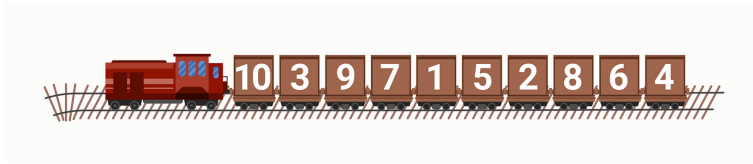
Решение. В первом заходе будут разгружены контейнеры 1 и 2, во втором – 3 и 4, в третьем – 5, в четвёртом – 6, в пятом – 7 и 8, в шестом – 9, в седьмом – 10.

Вариант 2. Грузовой поезд состоит из локомотива за которым следуют вагоны, в каждом из которых расположен ровно один пронумерованный контейнер. Контейнеры должны выгружаться в порядке возрастания номера, начиная с 1. Для выгрузки контейнера его вагон располагается непосредственно под краном. Кран неподвижен, а поезд может двигаться только вперёд по кругу. Для разгрузки всех вагонов требуется несколько заходов. Каждый заход начинается с того, что под краном располагается локомотив.



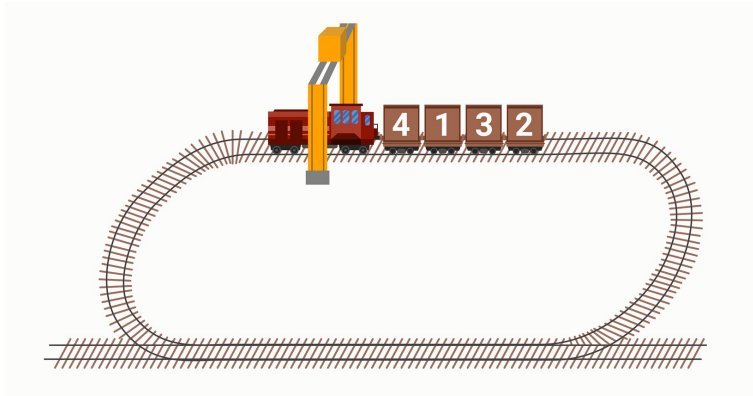
В приведённом выше примере для разгрузки требуется три захода: в первом выгружаются контейнеры 1 и 2, во втором – контейнер 3, в третьем – контейнер 4.

Какое минимальное число заходов нужно для разгрузки поезда на рисунке ниже?



Ответ. 6

Вариант 3. Грузовой поезд состоит из локомотива за которым следуют вагоны, в каждом из которых расположен ровно один пронумерованный контейнер. Контейнеры должны выгружаться в порядке возрастания номера, начиная с 1. Для выгрузки контейнера его вагон располагается непосредственно под краном. Кран неподвижен, а поезд может двигаться только вперёд по кругу. Для разгрузки всех вагонов требуется несколько заходов. Каждый заход начинается с того, что под краном располагается локомотив.



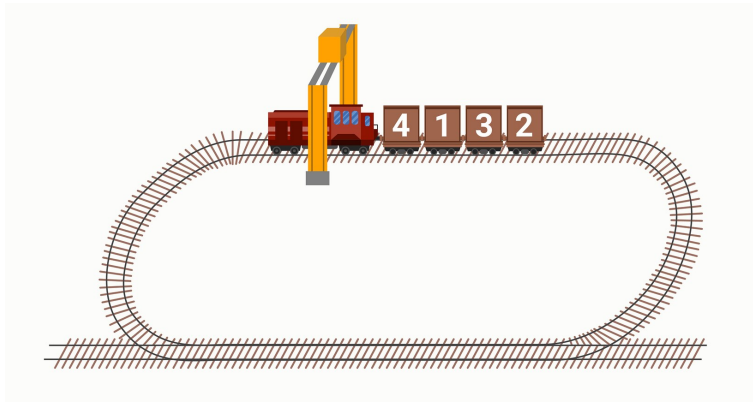
В приведённом выше примере для разгрузки требуется три захода: в первом выгружаются контейнеры 1 и 2, во втором – контейнер 3, в третьем – контейнер 4.

Какое минимальное число заходов нужно для разгрузки поезда на рисунке ниже?



Ответ. 8

Вариант 4. Грузовой поезд состоит из локомотива за которым следуют вагоны, в каждом из которых расположен ровно один пронумерованный контейнер. Контейнеры должны выгружаться в порядке возрастания номера, начиная с 1. Для выгрузки контейнера его вагон располагается непосредственно под краном. Кран неподвижен, а поезд может двигаться только вперёд по кругу. Для разгрузки всех вагонов требуется несколько заходов. Каждый заход начинается с того, что под краном располагается локомотив.



В приведённом выше примере для разгрузки требуется три захода: в первом выгружаются контейнеры 1 и 2, во втором – контейнер 3, в третьем – контейнер 4.

Какое минимальное число заходов нужно для разгрузки поезда на рисунке ниже?



Ответ. 9

3. Вариант 1. Вчера Олег побывал в пяти разных местах. Бассейн он посетил раньше магазина. В лесу он побывал раньше, чем в парке и бассейне. Неизвестно, ходил ли он в кино раньше посещения магазина, но между этими событиями он посетил только парк. Какое место он посетил вторым по счёту?

Ответ. Бассейн

Решение. Заметим, что магазин, парк и кино он посещал подряд в одном из двух порядков К,П,М или М,П,К. Поскольку Олег посетил бассейн раньше магазина, то он посетил бассейн и раньше, чем парк и кино. Теперь заметим, что Олег посетил лес раньше бассейна, поэтому бассейн он посетил вторым.

Вариант 2. Вчера Олег побывал в пяти разных местах. Кино он посетил раньше магазина. В лесу он побывал раньше, чем в парке и кино. Неизвестно, ходил ли он в бассейн раньше посещения магазина, но между этими событиями он посетил только парк. Какое место он посетил вторым по счёту?

Ответ. Кино

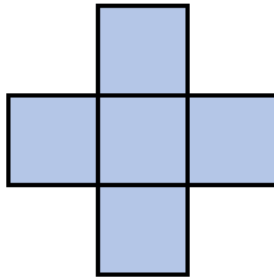
Вариант 3. Вчера Олег побывал в пяти разных местах. Магазин он посетил раньше бассейна. В лесу он побывал раньше, чем в парке и магазине. Неизвестно, ходил ли он в кино раньше посещения бассейна, но между этими событиями он посетил только парк. Какое место он посетил вторым по счёту?

Ответ. Магазин

Вариант 4. Вчера Олег побывал в пяти разных местах. Парк он посетил раньше магазина. В лесу он побывал раньше, чем в парке и бассейне. Неизвестно, ходил ли он в кино раньше посещения магазина, но между этими событиями он посетил только бассейн. Какое место он посетил вторым по счёту?

Ответ. Парк

4. Вариант 1. Из чисел от 2 до 7 отбросили одно, а остальные 5 поместили в клетки фигуры, показанной на рисунке. Оказалось, что сумма трёх чисел в среднем столбце равна 10, а сумма трёх чисел в средней строке равна 14. Какое число поставили в центр фигуры?



Ответ. 3

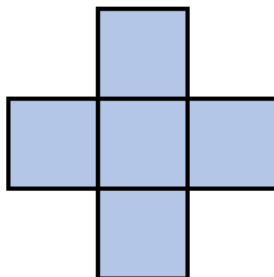
Решение. Заметим, что сумма трёх самых маленьких из данных чисел равна $2+3+4 = 9$, а сумма чисел в среднем столбце на единицу больше, поэтому в среднем столбце стоят числа 2, 3 и 5.

Если в центре фигуры стоит 2, то сумма двух крайних чисел в средней строке равна 12. Но среди наших чисел нет двух, с суммой 12.

Если в центре фигуры стоит 5, то сумма двух крайних чисел в средней строке равна 9. Число 9 может быть получено из данных чисел как $2 + 7$, $3 + 6$ или $4 + 5$. Все три варианта невозможны, потому что числа 2 и 3 уже стоят в верхней и нижней клетках среднего столбца, а число 5 стоит в центре, поэтому не может стоять в крайней клетке средней строки.

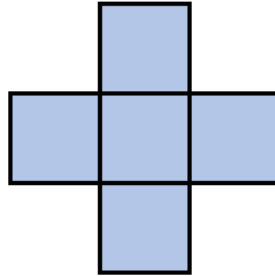
Остаётся единственный вариант – в центре фигуры стоит число 3. Теперь несложно получить пример такой фигуры: в верхней клетке – число 2, в среднем столбце слева-направо – числа 4, 3, 7, в нижней клетке – число 5.

Вариант 2. Из чисел от 2 до 7 отбросили одно, а остальные 5 поместили в клетки фигуры, показанной на рисунке. Оказалось, что сумма трёх чисел в среднем столбце равна 10, а сумма трёх чисел в средней строке равна 14. Какое число отбросили?



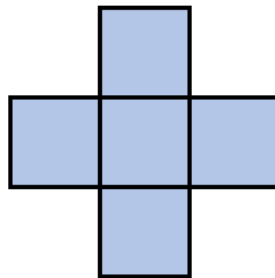
Ответ. 6

Вариант 3. Из чисел от 3 до 8 отбросили одно, а остальные 5 поместили в клетки фигуры, показанной на рисунке. Оказалось, что сумма трёх чисел в среднем столбце равна 13, а сумма трёх чисел в средней строке равна 17. Какое число отбросили?



Ответ. 7

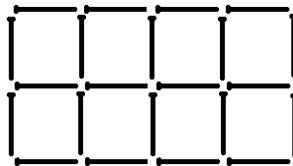
Вариант 4. Из чисел от 3 до 8 отбросили одно, а остальные 5 поместили в клетки фигуры, показанной на рисунке. Оказалось, что сумма трёх чисел в среднем столбце равна 13, а сумма трёх чисел в средней строке равна 17. Какое число поставили в центр фигуры?



Ответ. 4

5. Вариант 1. Из спичек сложили сетку из квадратов размером 20×24 со стороной в одну спичку. Найдите количество спичек, расположенных внутри прямоугольника, ограничивающего сетку.

Для примера на рисунке изображена сетка размером 4×2 , внутри прямоугольника 4×2 ограничивающего сетку находится 10 спичек.

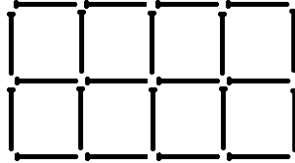


Ответ. 916

Решение. Заметим, что спички делятся на два типа: расположенные горизонтально и вертикально. Поскольку высота сетки равна 24, то есть ровно 23 горизонтальные линии, причём каждая состоит из 20 спичек. Итого, 460 спичек расположены горизонтально. Аналогично, вертикальные спички расположены в 19 вертикальных рядах по 24 спички в ряду. Итого, 456 спичек расположены вертикально. А всего $460 + 456 = 916$ спичек.

Вариант 2. Из спичек сложили сетку из квадратов размером 21×25 со стороной в одну спичку. Найдите количество спичек, расположенных внутри прямоугольника, ограничивающего сетку.

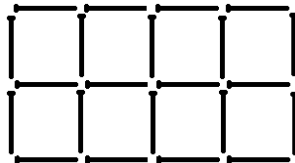
Для примера на рисунке изображена сетка размером 4×2 , внутри прямоугольника 4×2 ограничивающего сетку находится 10 спичек.



Ответ. 1004

Вариант 3. Из спичек сложили сетку из квадратов размером 21×26 со стороной в одну спичку. Найдите количество спичек, расположенных внутри прямоугольника, ограничивающего сетку.

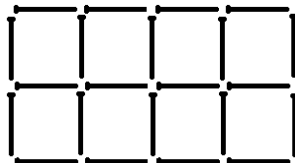
Для примера на рисунке изображена сетка размером 4×2 , внутри прямоугольника 4×2 ограничивающего сетку находится 10 спичек.



Ответ. 1045

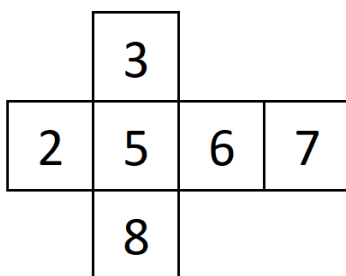
Вариант 4. Из спичек сложили сетку из квадратов размером 22×26 со стороной в одну спичку. Найдите количество спичек, расположенных внутри прямоугольника, ограничивающего сетку.

Для примера на рисунке изображена сетка размером 4×2 , внутри прямоугольника 4×2 ограничивающего сетку находится 10 спичек.



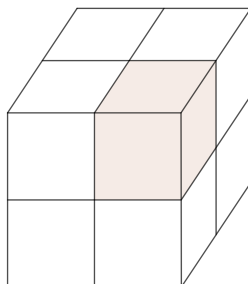
Ответ. 1096

6. Вариант 1. Имеется кубик, на каждой грани которого написано число. Развёртка этого кубика приведена на рисунке. Из восьми таких одинаковых кубиков построен куб большего размера. Найдите минимально возможную сумму всех чисел, на шести гранях этого куба?



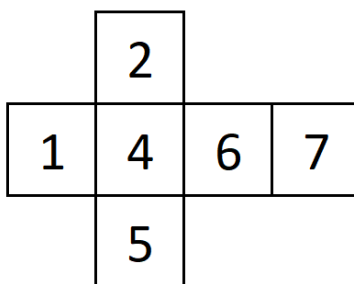
Ответ. 80

Решение. Рассмотрим произвольную вершину большого куба.



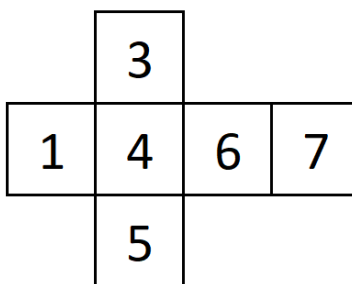
Все три прилегающих к ней единичных квадратика принадлежат одному и тому же маленькому кубу, а значит, сумма чисел на этих трёх квадратиках не может быть меньше минимальной суммы трёх различных чисел на гранях, т.е. $2 + 3 + 5 = 10$. Поскольку у куба 8 вершин, то сумма чисел на всех его 24 единичных квадратиках не меньше $10 \cdot 8 = 80$. Причём такая сумма возможна. Достаточно каждый из восьми кубиков повернуть так, чтобы три его грани с числами 2, 3 и 5 оказались на гранях большого куба.

Вариант 2. Имеется кубик, на каждой грани которого написано число. Развёртка этого кубика приведена на рисунке. Из восьми таких одинаковых кубиков построен куб большего размера. Найдите минимально возможную сумму всех чисел, на шести гранях этого куба?



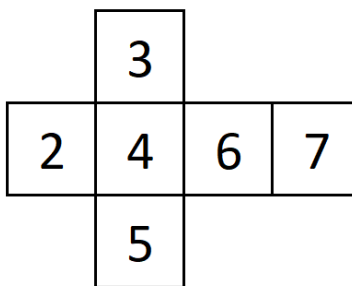
Ответ. 56

Вариант 3. Имеется кубик, на каждой грани которого написано число. Развёртка этого кубика приведена на рисунке. Из восьми таких одинаковых кубиков построен куб большего размера. Найдите минимально возможную сумму всех чисел, на шести гранях этого куба?



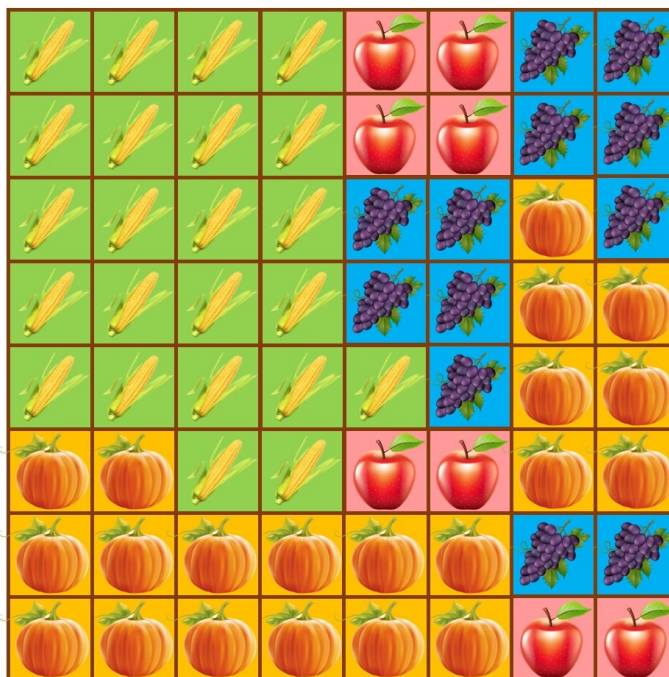
Ответ. 64

Вариант 4. Имеется кубик, на каждой грани которого написано число. Развёртка этого кубика приведена на рисунке. Из восьми таких одинаковых кубиков построен куб большего размера. Найдите минимально возможную сумму всех чисел, на шести гранях этого куба?



Ответ. 72

7. Вариант 1. На квадратном поле 8×8 растут сельскохозяйственные культуры так, как показано на рисунке.

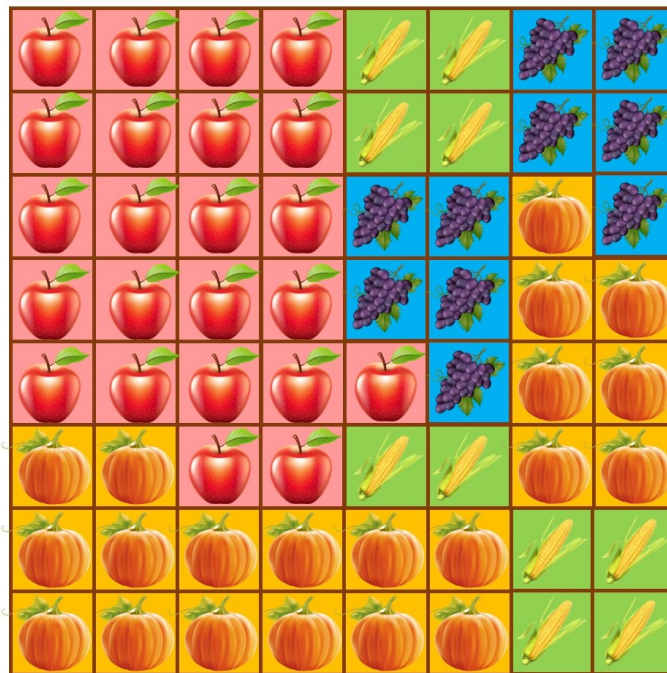


Ян хочет установить несколько поливальных машин так, чтобы каждый участок поля поливался ровно одной машиной. Каждое устройство должно поливать культуры ровно одного вида. В распоряжении Яна есть поливальные машины для участков размером 1×1 , 2×2 и 4×4 . Какое минимальное число поливальных машин должен установить Ян?

Ответ. 25

Решение. Будем называть поливальные машины числами 1, 4, 16 по числу поливаемых квадратов. Заметим, что поливальную машину 16 можно установить только одну (на кукурузу), но двумя способами. В одном из них, в котором занимается верхний квадрат 4×4 , на кукурузу понадобится хотя бы 5 поливальных машин, а во-втором — 8. Если же поливальной машины 16 нет, то пятью поливальными машинами никак не полить всю кукурузу площади 23. Ясно, что на виноград нужно хотя бы 6 поливальных машин, на яблоки — хотя бы 5, на тыкву — хотя бы 5 слева и 4 справа. Итого, хотя бы 25 поливальных машин. Ясно что пример на 25 поливальных машин легко построить, следуя рассуждениям, указанным выше.

Вариант 2. На квадратном поле 8×8 растут сельскохозяйственные культуры так, как показано на рисунке.

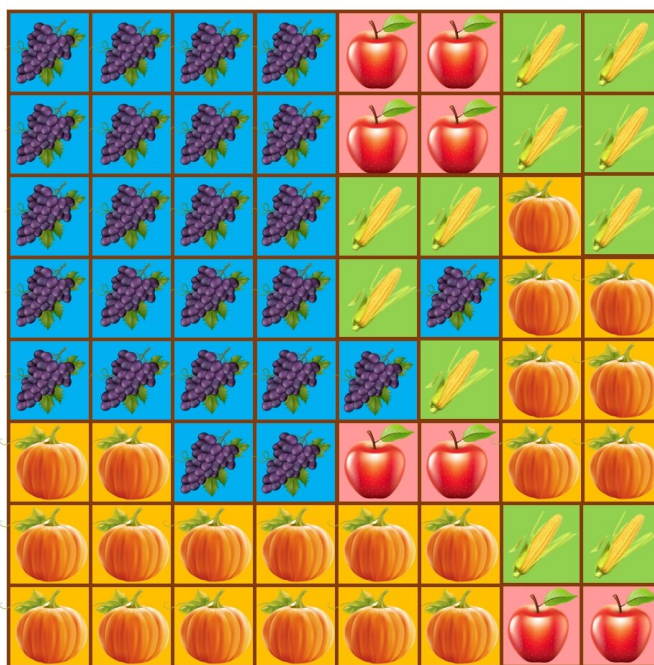


Ян хочет установить несколько поливальных машин так, чтобы каждый участок поля поливался ровно одной машиной. Каждое устройство должно поливать культуры ровно одного вида. В распоряжении Яна есть поливальные машины для участков размером 1×1 , 2×2 и 4×4 . Какое минимальное число поливальных машин должен установить Ян?

Ответ. 22

Вариант 3. На квадратном поле 8×8 растут сельскохозяйственные культуры так, как

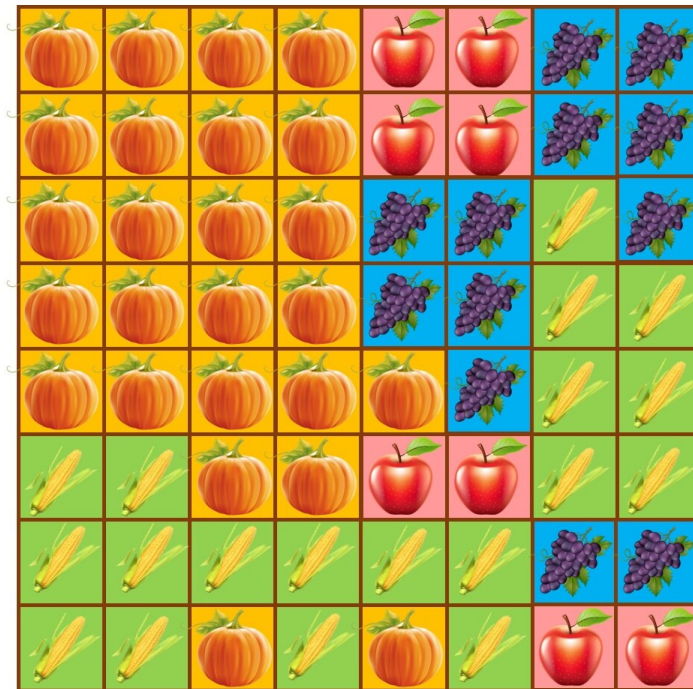
показано на рисунке.



Ян хочет установить несколько поливальных машин так, чтобы каждый участок поля поливался ровно одной машиной. Каждое устройство должно поливать культуры ровно одного вида. В распоряжении Яна есть поливальные машины для участков размером 1×1 , 2×2 и 4×4 . Какое минимальное число поливальных машин должен установить Ян?

Ответ. 28

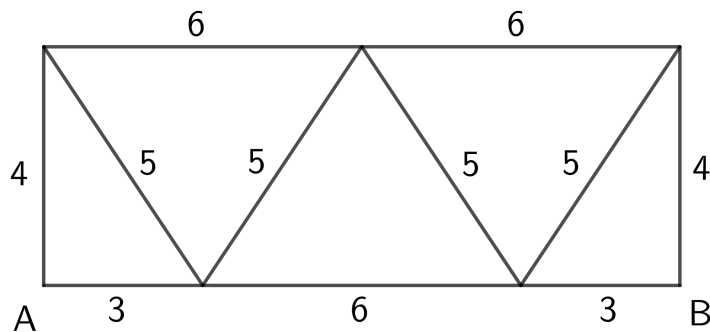
Вариант 4. На квадратном поле 8×8 растут сельскохозяйственные культуры так, как показано на рисунке.



Ян хочет установить несколько поливальных машин так, чтобы каждый участок поля поливался ровно одной машиной. Каждое устройство должно поливать культуры ровно одного вида. В распоряжении Яна есть поливальные машины для участков размером 1×1 , 2×2 и 4×4 . Какое минимальное число поливальных машин должен установить Ян?

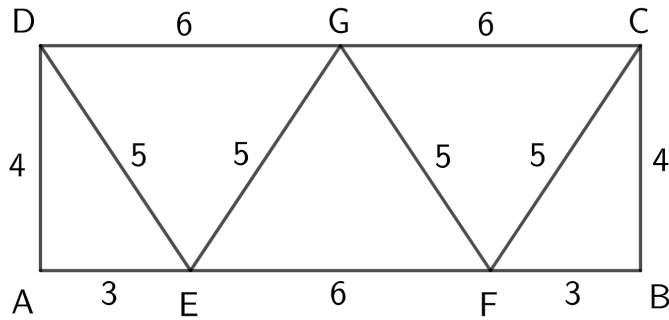
Ответ. 31

8. Вариант 1. На плане показана схема дорог и приведена длина каждой. Полина хочет составить непрерывный маршрут по дорогам наибольшей длины, начинающийся в A и заканчивающийся в B . Он должен проходить по каждой дороге не более одного раза. Какую наибольшую длину может иметь такой маршрут?

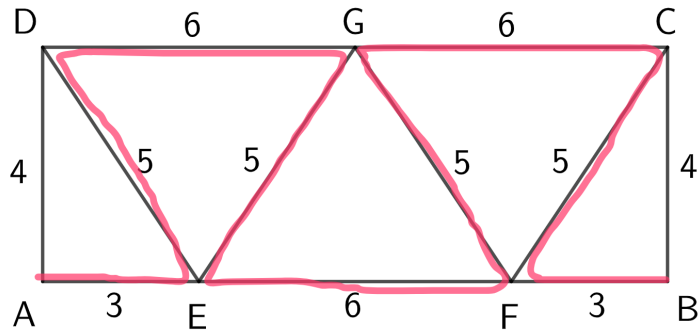


Ответ. 44

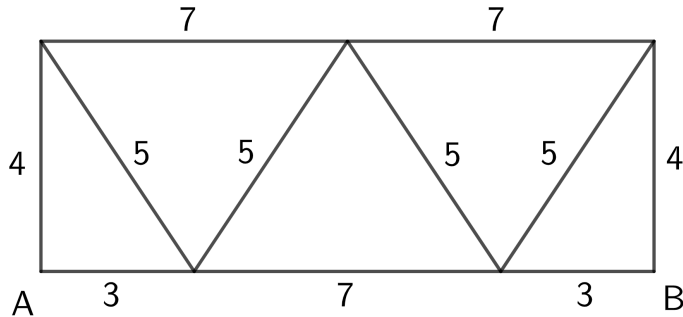
Решение.



Если пойти по дороге AD , то либо дорога DE либо DG останется не пройденной и каждая из них длиннее AD . Аналогично с дорогами CG , CF и CB . Поэтому не пройденными окажутся хотя бы две дороги суммарной длины 8. Оставшиеся дороги пройти можно. Пример на рисунке.



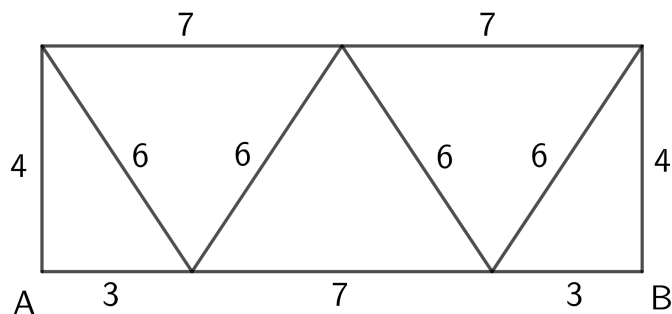
Вариант 2. На плане показана схема дорог и приведена длина каждой. Полина хочет составить непрерывный маршрут по дорогам наибольшей длины, начинающийся в A и заканчивающийся в B . Он должен проходить по каждой дороге не более одного раза. Какую наибольшую длину может иметь такой маршрут?



Ответ. 47

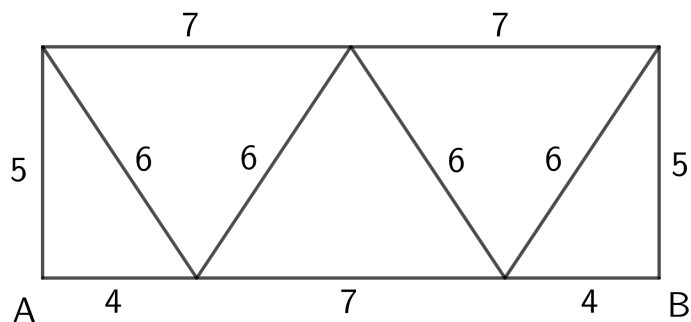
Вариант 3. На плане показана схема дорог и приведена длина каждой. Полина хочет составить непрерывный маршрут по дорогам наибольшей длины, начинающийся в A и за-

канчивающийся в B . Он должен проходить по каждой дороге не более одного раза. Какую наибольшую длину может иметь такой маршрут?



Ответ. 51

Вариант 4. На плане показана схема дорог и приведена длина каждой. Полина хочет составить непрерывный маршрут по дорогам наибольшей длины, начинающийся в A и заканчивающийся в B . Он должен проходить по каждой дороге не более одного раза. Какую наибольшую длину может иметь такой маршрут?



Ответ. 53