

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

для 4 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Между городами Амск и Итбург на шоссе расположены 5 деревень. Первый путешественник проехал сначала Котино, затем — две деревни, названия которых он не запомнил, потом — Уездово и ещё одну деревню. Второй путешественник запомнил только три деревни, которые шли подряд — Уездово, Грачёво и Сонино, но забыл, в каком порядке. Мэр Итбурга рассказал нам, что две самые близкие деревни — Уездово и Лисье. Какая деревня может быть третьей по счёту от Амска? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- Уездово
- Грачёво
- Котино
- Сонино
- Лисье

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Раз Уездово и Лисье — самые близкие деревни, то они точно соседние, иначе если бы между ними были бы какие-то ещё деревни, то расстояние между

ними было бы меньше, чем между Уездово и Лисье. Благодаря первому путешественнику, мы знаем, что Уездово — четвёртая деревня на пути из Амска в Итбург, тогда Лисье — либо третья, либо пятая.

Благодаря второму путешественнику, мы знаем, что Уездово, Грачёво и Сонино идут подряд. Уездово — четвёртая деревня. Получается, что Грачёво и Сонино — либо третья и пятая деревни, либо вторая и третья деревни. В любом случае, третья деревня будет в этой тройке, значит, Лисье — точно не третья деревня, а раз не третья, то пятая.

Теперь мы точно знаем, что первая деревня — Котино, четвёртая деревня — Уездово, пятая деревня — Лисье. Вторая и третья деревни — это Грачёво и Сонино, в каком именно порядке они идут — неизвестно, так как оба варианта подходят под все условия задачи.

Задание № 1.2

Условие:

Между городами Вемск и Онбург на шоссе расположены 5 деревень. Первый путешественник проехал сначала Собакино, затем — две деревни, названия которых он не запомнил, потом — Приездово и ещё одну деревню. Второй путешественник запомнил только три деревни, которые шли подряд — Приездово, Воробьёво и Ленино, но забыл, в каком порядке. Мэр Онбурга рассказал нам, что две самые близкие деревни — Приездово и Волково. Какая деревня может быть третьей по счёту от Вемска? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- Собакино
- Приездово
- Воробьёво
- Ленино
- Волково

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.3

Условие:

Между городами Умск и Хибург на шоссе расположены 5 деревень. Первый путешественник проехал сначала Хомякино, затем — две деревни, названия которых он не запомнил, потом — Заездово и ещё одну деревню. Второй путешественник запомнил только три деревни, которые шли подряд — Заездово, Снигирёво и Болино, но забыл, в каком порядке. Мэр Хибурга рассказал нам, что две самые близкие деревни — Заездово и Волково. Какая деревня может быть третьей по счёту от Умска? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- Хомякино
- Заездово
- Снигирёво
- Болино
- Волково

Точное совпадение ответа — 1 балл

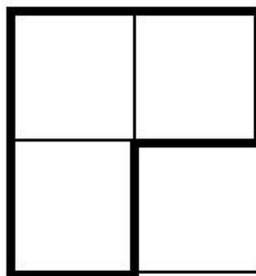
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

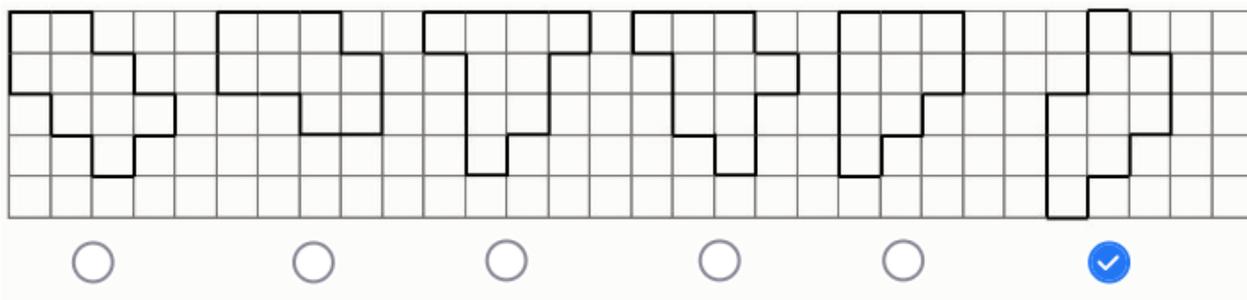
Задание № 2.1

Условие:

У вас есть три уголка из трёх клеток. Какую фигурку нельзя сложить из трёх уголков?



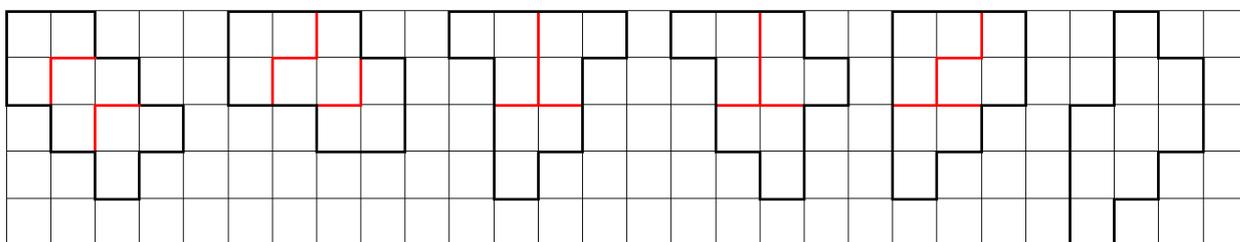
Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

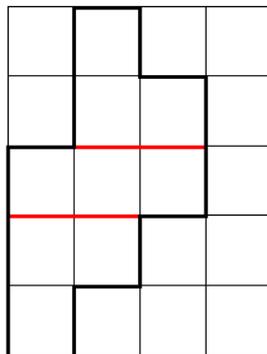
Максимальный балл за задание — 1

Решение.



Первые 5 фигур разрезать на уголки из трёх клеток можно — пример приведён. Последнюю же фигурку нельзя разрезать. Рассмотрим нижнюю клетку этой фигуры: её точно должен закрывать уголок, причём поставить его туда

можно единственным способом. То же самое с верхней клеткой этой фигуры. Тогда мы однозначно расставляем 2 уголка в этой фигуре:

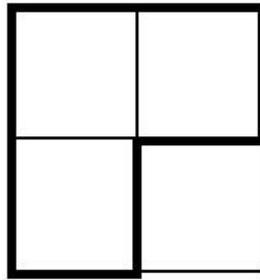


После этого остаётся 3 клетки, но они не составляют уголок, а так как остальные 2 уголка мы расставили однозначно, получается, что эту фигуру нельзя разрезать на уголки.

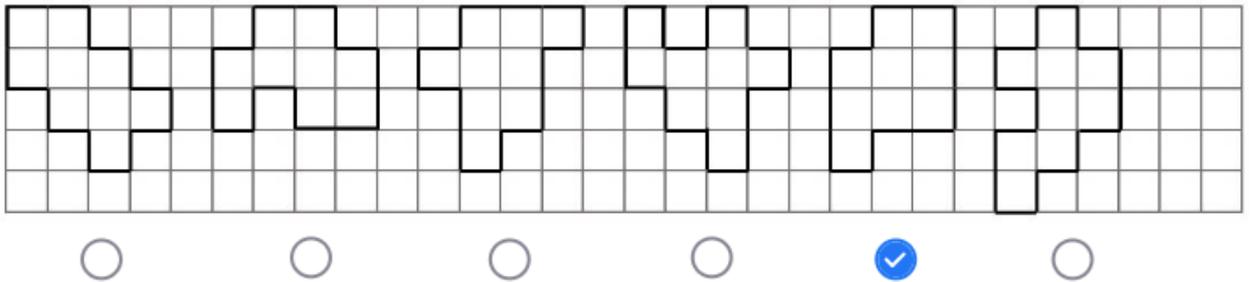
Задание № 2.2

Условие:

У вас есть три уголка из трёх клеток. Какую фигурку нельзя сложить из трёх уголков?



Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

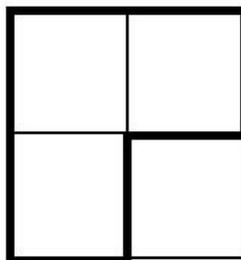
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

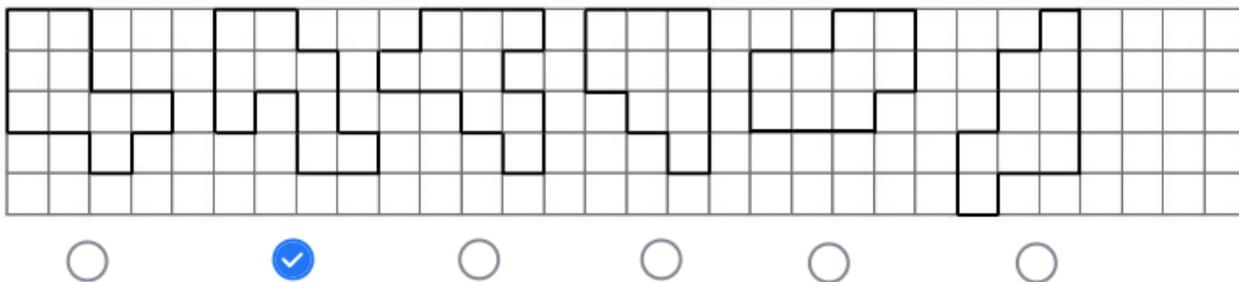
Задание № 2.3

Условие:

У вас есть три уголка из трёх клеток. Какую фигурку нельзя сложить из трёх уголков?



Ответ:



Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 3.1

Условие:

Несколько тигров и леопардов остановились в ресторане для животных, причём тигриных лап оказалось в два раза больше, чем хвостов леопардов. Во сколько раз лап леопардов больше, чем тигриных хвостов?

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

У каждого животного из условия задачи по 4 лапы и одному хвосту, то есть хвостов леопардов столько же, сколько самих леопардов, а тигриных хвостов столько же, сколько тигров.

Так как тигриных лап в 2 раза больше, чем леопардов, то тигров — в 2 раза меньше, чем леопардов. Лап леопардов в 4 раза больше, чем самих леопардов, поэтому лап леопардов в 8 раз больше, чем тигров. Отсюда ответ.

Задание № 3.2

Условие:

Несколько тигров и леопардов остановились в ресторане для животных, причём тигриных лап оказалось в четыре раза больше, чем хвостов леопардов.

Во сколько раз лап леопардов больше, чем тигриных хвостов?

Ответ: 4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.3

Условие:

Несколько тигров и леопардов остановились в ресторане для животных, причём тигриных лап оказалось в восемь раз больше, чем хвостов леопардов.

Во сколько раз лап леопардов больше, чем тигриных хвостов?

Ответ: 2

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 4.1

Условие:

Каждый торт состоит из трёх или четырёх одинаковых коржей, между каждыми двумя коржами обязательно должен быть или слой крема, или слой джема. Известно, что в каждом торте есть и крем, и джем. Кондитер хочет сделать несколько тортов, при этом он заказал джема на 15 слоёв и крема на 28 слоёв. Сколько коржей потребуется кондитеру?

Ответ: 58

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Посчитаем, сколько будет тортов. Их не более 15, так как джема всего лишь 15 слоёв, а в каждом торте должен быть хотя бы один слой джема. С другой стороны, всего у нас заказано $15 + 28 = 43$ слоя. В каждом торте 3 или 4 коржа, то есть 2 или 3 слоя, поэтому, если тортов 14, то надо было заказать максимум $14 \cdot 3 = 42$ слоя.

Итого всего 15 тортов, в каждом — ровно один слой джема, ещё один слой крема и осталось 13 кремowych слоев. Таким образом, получается 13 тортов с 1 слоем джема и 2 слоями кремами (3 слоя, т.е. 4 коржа), 2 торта с 2 слоями (один кремовой и один джемовой), в них по 3 коржа. Итого $13 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 59$ коржей.

Задание № 4.2

Условие:

Каждый торт состоит из трёх или пяти одинаковых коржей, между каждыми двумя коржами обязательно должен быть или слой крема, или слой джема. Известно, что в каждом торте есть и крем, и джем. Кондитер хочет сделать несколько тортов, при этом он заказал джема на 10 слоёв и крема на 28 слоёв. Сколько коржей потребуется кондитеру?

Ответ: 48

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 4.3

Условие:

Каждый торт состоит из четырёх или пяти одинаковых коржей, между каждыми двумя коржами обязательно должен быть или слой крема, или слой джема. Известно, что в каждом торте есть и крем, и джем. Кондитер хочет сделать несколько тортов, при этом он заказал джема на 15 слоёв и крема на 42 слоя. Сколько коржей потребуется кондитеру?

Ответ: 72

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 5.1

Условие:

Числа 10, 11 и так далее до 99 выписали в ряд без пропусков. Получилось 1011121314...9899. Дальше из этого длинного ряда вычеркнули 50 цифр так, чтобы осталось наибольшее число. Понятно, что на первом месте стоит 9. А на каком месте, считая с начала, впервые встретится цифра, не равная 9?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Чтобы число было как можно больше, нужно на самые большие разряды ставить самые большие цифры, то есть 9. Чтобы первой шла 9, надо вычеркнуть как минимум 10111213...17181, то есть все цифры у чисел с 10 до 19, кроме 9, это 19 цифр (если оставить другую 9, например, в числе 29, надо вычеркнуть еще больше). Если мы хотим, чтобы на втором месте стояло тоже число 9, надо вычеркнуть все цифры из числа следующего десятка, кроме 9, то есть ещё 19. Если же мы хотим, чтобы на третьем месте стояла 9, надо вычеркнуть ещё 19 цифр, а $19 \cdot 3 = 51 > 50$.

Осталось заметить, что наша закономерность была бы неверна, если бы мы дошли до чисел 9091..., но тогда нам бы пришлось вычеркнуть хотя бы 90 цифр, возможно, без девяток, а это слишком много.

Задание № 5.2

Условие:

Числа 10, 11 и так далее до 99 выписали в ряд без пропусков. Получилось 1011121314...9899. Дальше из этого длинного ряда вычеркнули 100 цифр так, чтобы осталось наибольшее число. Понятно, что на первом месте стоит 9. А на каком месте, считая с начала, впервые встретится цифра, не равная 9?

Ответ: 6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.3

Условие:

Числа 10, 11 и так далее до 99 выписали в ряд без пропусков. Получилось 1011121314...9899. Дальше из этого длинного ряда вычеркнули 70 цифр так, чтобы осталось наибольшее число. Понятно, что на первом месте стоит 9. А на каком месте, считая с начала, впервые встретится цифра, не равная 9?

Ответ: 4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 6.1

Условие:

На застолье слона пришло двенадцать его друзей-слонов в возрасте шести, семи, восьми, девяти и десяти лет. Из всех этих слонов четырём было по 6 лет, а слонов, которым по 8 лет, оказалось больше всех. Определите суммарный возраст двенадцати слонов. Ответ выразите в годах.

Ответ: 90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Было 4 шестилетних слона, а восьмилетних было больше всех, значит, их было хотя бы 5.

Пришло:

4 шестилетних + как минимум 1 семилетний + как минимум 5 восьмилетних + как минимум 1 девятилетний + как минимум 1 десятилетний. Значит, слонов как минимум $4 + 1 + 5 + 1 + 1 = 12$. Получается, минимальное число слонов совпало с действительным, значит, каждого возраста ровно минимальное число. Итого сумма их возрастов:

$$4 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 10 = 24 + 7 + 40 + 9 + 10 = 90.$$

Задание № 6.2

Условие:

На застолье слона пришло двенадцать его друзей-слонов в возрасте семи, восьми, девяти, десяти и одиннадцати лет. Из всех этих слонов четырёх было по 7 лет, а слонов, которым по 9 лет, оказалось больше всех. Определите суммарный возраст двенадцати слонов. Ответ выразите в годах.

Ответ: 102

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 7.1

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 прописных букв латинского алфавита (в латинском алфавите 26 букв). В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово MATH, и подряд идущие буквы, образующие слово DRAMA. Сколько всего существует вариантов, подходящих для Сашиного пароля?

Ответ: 52

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Если в Сашином пароле слова MATH и DRAMA никак не накладываются друг на друга (то есть нет ни одной буквы пересечения), то в пароле должно быть как минимум $4 + 5 = 9$ букв. Значит, MATH и DRAMA имеют какие-то буквы пересечения, то есть начало первого слова совпадает с концом второго, или наоборот — конец первого слова совпадает с началом второго.

Такой вариант всего 1 — DRAMATH. В этом наборе 7 букв, а для пароля нужно 8. Можно вставить недостающую букву в начало, или в конец. Причём и туда, и туда можно вставлять любую букву латинского алфавита.

Тогда получается, что есть 26 вариантов _DRAMATH и еще 26 вариантов DRAMATH_. В итоге всего для Сашиного пароля есть $26 + 26 = 52$ варианта пароля.

Задание № 7.2

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 прописных букв латинского алфавита (в латинском алфавите 26 букв). В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово MAPS, и подряд идущие буквы, образующие слово GAMMA. Сколько всего существует вариантов, подходящих для Сашиного пароля?

Ответ: 52

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.3

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 прописных букв латинского алфавита (в латинском алфавите 26 букв). В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово LINE, и подряд идущие буквы, образующие слово CHILI. Сколько всего существует вариантов, подходящих для Сашиного пароля?

Ответ: 52

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 8.1

Условие:

За большим круглым столом равномерно расставлены 100 стульев. Они раскрашены в 25 цветов так, что стулья каждого цвета стоят через равные промежутки и имеется ровно по 4 стула каждого из цветов. Известно, что стул с номером 32 — белый. Найдите номера остальных белых стульев. Каждый ответ записывайте в отдельное поле в любом порядке.

Ответ:

- ✓ 7
- ✓ 57
- ✓ 82

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Стульев каждого цвета ровно 4, а всего стульев — 100. Значит, поскольку стулья стоят через равные промежутки, то они стоят с промежутком $100 \div 4 = 25$. Стул с номером 32 — белый, значит, стул с номером $32 + 25 = 57$ тоже белый, а также стул с номером $57 + 25 = 82$ тоже белый. $82 + 25 = 107$ — стула с таким номером нет.

Тогда получается, что четвёртый белый стул под номером $32 - 25 = 7$.

Задание № 8.2

Условие:

За большим круглым столом равномерно расставлены 100 стульев. Они раскрашены в 20 цветов так, что стулья каждого цвета стоят через равные промежутки и имеется ровно по 5 стульев каждого из цветов. Известно, что стул с номером 32 — белый. Найдите номера остальных белых стульев. Каждый ответ записывайте в отдельное поле в любом порядке.

Ответ:

- ✓ 12
- ✓ 52
- ✓ 72
- ✓ 92

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

Задание № 8.3

Условие:

За большим круглым столом равномерно расставлены 90 стульев. Они раскрашены в 30 цветов так, что стулья каждого цвета стоят через равные промежутки и имеется ровно по 3 стула каждого из цветов. Известно, что стул с номером 32 — белый. Найдите номера остальных белых стульев. Каждый ответ записывайте в отдельное поле в любом порядке.

Ответ:

✓ 2

✓ 62

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1