

## Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

### для 5 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

1.1 Возрасты трёх братьев – это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 18. А через год произведение их возрастов будет равно 60. Сколько лет среднему брату сейчас?

Ответ. 2 года

Формат ответа: Число

**Решение.** Так как произведение возрастов трёх братьев равно 18, то возраст младшего не может быть больше одного года, иначе произведение, это хотя бы  $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ . Значит, младшему брату 1 год. А произведение возрастов среднего и старшего равно 18, это может быть  $2 \cdot 9$  или  $3 \cdot 6$ .

Проверим оба варианта на соответствие второму условию. Если братьям 1, 2 и 9 лет, то через год произведение их возрастов станет равно  $2 \cdot 3 \cdot 10 = 60$  – этот вариант подходит. А если братьям 1, 3 и 6 лет, то через год произведение их возрастов станет равно  $2 \cdot 4 \cdot 7 = 56$  – этот вариант не подходит. Получаем, что среднему брату может быть только 2 года.

1.2 Возрасты трёх братьев – это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 12. А через год произведение их возрастов будет равно 40. Сколько лет среднему брату сейчас?

Ответ. 3 года

Формат ответа: Число

1.3 Возрасты трёх братьев – это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 18. А через год произведение их возрастов будет равно 60. Сколько лет старшему брату сейчас?

Ответ. 9 лет

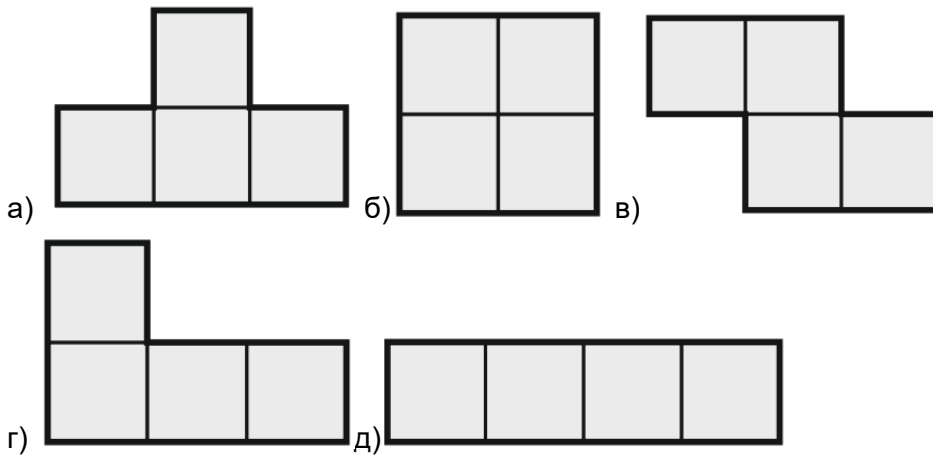
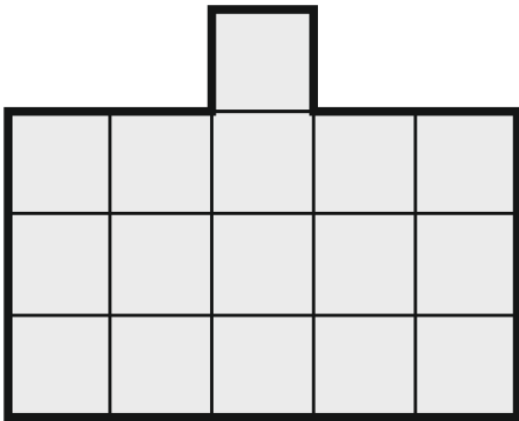
Формат ответа: Число

1.4 Возрасты трёх братьев – это различные натуральные числа. Произведение их возрастов сейчас равно 12. А через год произведение их возрастов будет равно 40. Сколько лет старшему брату сейчас?

Ответ. 4 года

Формат ответа: Число

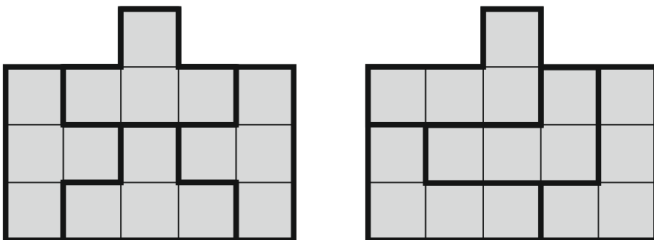
2.1 Выберите все четырехклеточные фигурки, из четырех одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображенную на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Ответ. а) г)

Формат ответа: выбор нескольких вариантов

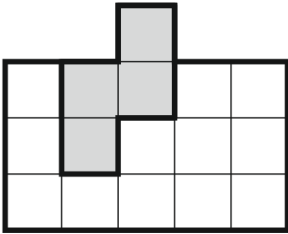
**Решение.** Варианты ответа а) и г) подходят, примеры разрезания показаны на рисунке.



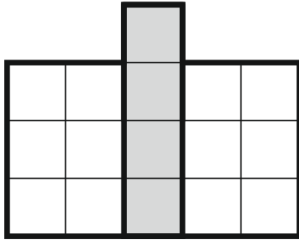
Докажем, что нашу фигуру нельзя разрезать на фигурки вида б), в) и д).

б) Квадратом 2×2 нельзя покрыть самую верхнюю клетку.

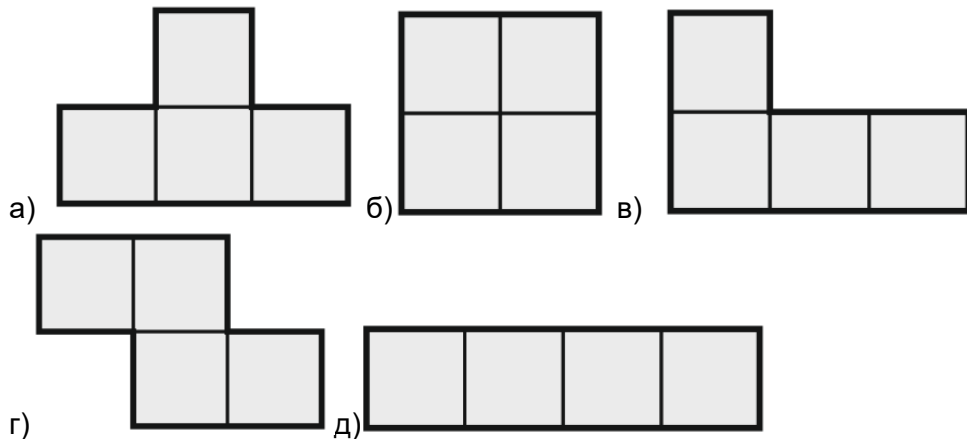
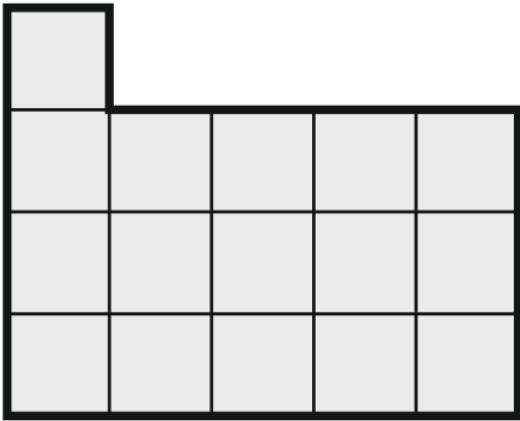
в) Фигурка занимает верхнюю клетку одним из двух способов, они симметричны, поэтому будем считать, что она располагается так, как на рисунке. Тогда слева осталось 2 клетки рядом, их нельзя покрыть нашей фигуркой.



д) Если бы можно было разрезать на фигурки вида  $1 \times 4$ , то верхняя клетка была бы покрыта вертикальным прямоугольником. Тогда в оставшихся частях фигуры не поместится ни один прямоугольник  $1 \times 4$ .



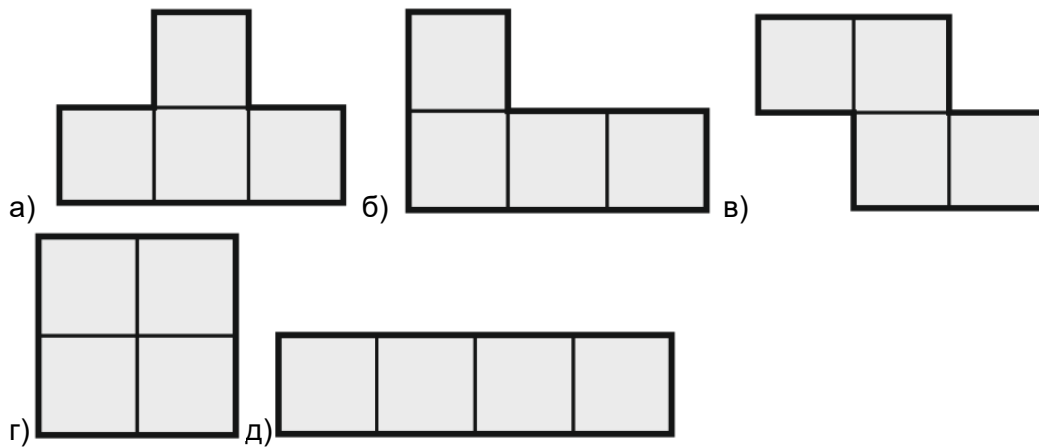
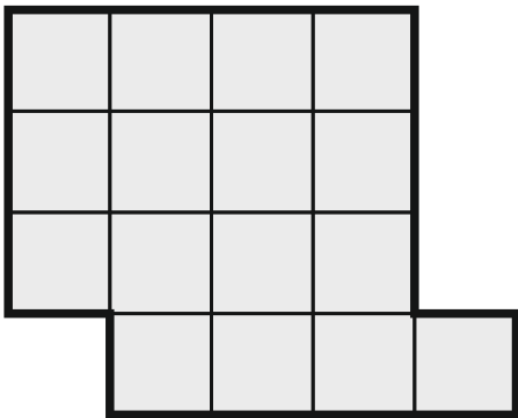
2.2 Выберите все четырехклеточные фигурки, из четырех одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображенную на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Ответ. в) д)

Формат ответа: выбор нескольких вариантов

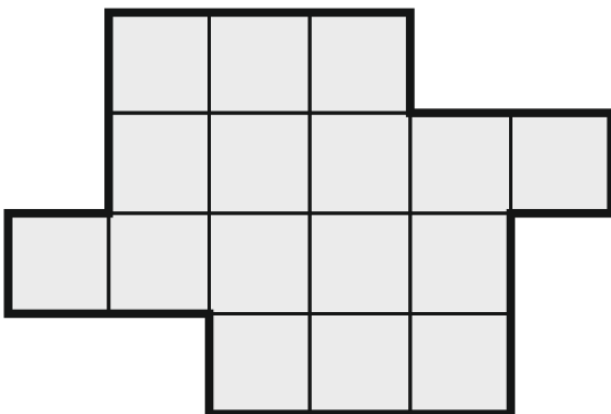
2.3 Выберите все четырехклеточные фигурки, из четырех одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображенную на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

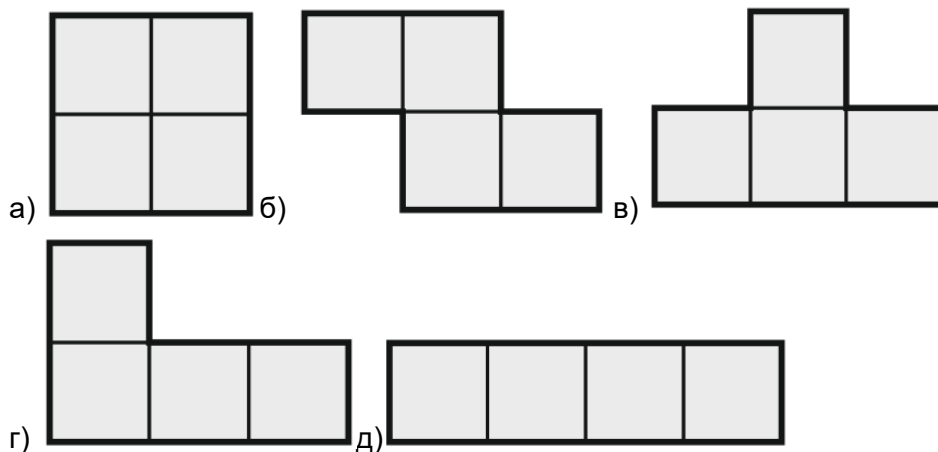


Ответ. б) д)

Формат ответа: выбор нескольких вариантов

2.4 Выберите все четырехклеточные фигурки, из четырех одинаковых копий которых можно сложить фигуру, изображенную на рисунке. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.





Ответ. в) г)

Формат ответа: выбор нескольких вариантов

3.1 Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трех различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



**1 попытка**

**2 попытка**

**3 попытка**

**4 попытка**

Известно, что:

1 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, и она находится на своем месте.

2 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, но она находится не на своем месте.

3 попытка: Две из этих цифр есть в коде, но они обе находятся не на своих местах.

4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

Ответ. 459

Формат ответа: Число

**Решение.** Сначала докажем, что цифры 8 нет в коде. 8 стоит на первом месте в попытке 1 и в попытке 2, то есть в обеих попытках стоит на одном и том же месте, а нам сказано, что в 1 попытке нужная цифра стоит на своем месте, а во 2 попытке — не на своем, таким образом 8 не может быть цифрой, которая есть в коде.

Из попытки 4, понимаем, что 2 тоже нет в коде. Следовательно, верная цифра в первой попытке – это 9 и она стоит на правильном месте.

В попытке 3 две цифры верные – это не 8, а 9 и 4. Эти цифры стоят не на своих местах, так как мы уже знаем, что 9 стоит на третьем месте, то цифра 4 должна стоять на первом месте.

В попытке 2 одна цифра верная, и она стоит не на своем месте. Нам осталось найти только цифру на втором месте. Значит, это цифра 5, так как 8 нет в коде, а 3 стоит на втором месте.

Таким образом, мы нашли код — 459.

3.2 Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трех различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



**1 попытка**

**2 попытка**

**3 попытка**

**4 попытка**

Известно, что:

1 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, и она находится на своем месте.

2 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, но она находится не на своем месте.

3 попытка: Две из этих цифр есть в коде, но они обе находятся не на своих местах.

4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

Ответ. 782

Формат ответа: Число

3.3 Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трех различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



**1 попытка**

**2 попытка**

**3 попытка**

**4 попытка**

Известно, что:

1 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, и она находится на своем месте.

2 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, но она находится не на своем месте.

3 попытка: Две из этих цифр есть в коде, но они обе находятся не на своих местах.

4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

Ответ. 615

Формат ответа: Число

3.4 Коля забыл код от велосипедного замка, который состоит из трех различных цифр. Он совершил четыре попытки набрать код, при этом замок не открылся.



1 попытка



2 попытка



3 попытка



4 попытка

Известно, что:

1 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, и она находится на своем месте.

2 попытка: Одна из этих цифр есть в коде, но она находится не на своем месте.

3 попытка: Две из этих цифр есть в коде, но они обе находятся не на своих местах.

4 попытка: Всех этих цифр нет в коде.

Найдите код.

Ответ. 348

Формат ответа: Число

4.1 В тетради Оли 100 страниц, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй – 3, ... на восьмой – 9, на девятой – 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

Ответ. 232

Формат ответа: Число

**Решение.** Среди чисел от 1 до 99 Оля пропустит все числа от 10 до 19, и по одному числу в каждом из оставшихся десятков – те числа, которые заканчиваются на 1: 1, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 и 91. То есть всего среди этих чисел Оля пропустит  $10+9=19$  чисел. Таким образом, она пронумерует числами до 99 ровно  $99-19=80$  страниц. Осталось пронумеровать еще  $100-80=20$  страниц. Числа от 100 до 199 Оля пропустит, так как они начинаются с 1. Числами от 200 до 209, кроме 201 Оля пронумерует 9 страниц. Числа от 210 до 219 она пропустит, так как в их записи есть 1. Числами от 220 до 229, кроме 221 Оля также пронумерует 9 страниц. Остается пронумеровать еще 2 страницы – это 230 и 232, так как число 231 Оля пропустит. Таким образом, последняя страница пронумерована числом 232.

4.2 В тетради Оли 96 страниц, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй – 3, ... на

восьмой – 9, на девятой – 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

Ответ. 227

Формат ответа: Число

4.3 В тетради Оли 88 страниц, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй – 3, ... на восьмой – 9, на девятой – 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

Ответ. 208

Формат ответа: Число

4.4 В тетради Оли 92 страницы, девочка решила пронумеровать их по порядку. Но ей не нравилась цифра 1, поэтому она решила не использовать числа, которые содержат в своей записи эту цифру. Таким образом, на первой странице она написала 2, на второй – 3, ... на восьмой – 9, на девятой – 20 и так далее. Каким числом Оля пронумеровала последнюю страницу?

Ответ. 223

Формат ответа: Число

5.1 В школе учатся 1200 детей. У каждого ребенка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведет ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?

Ответ. 50

Формат ответа: Число

**Решение.** Общее количество посещений уроков, на которые ходят 1200 детей за один день равно  $1200 \cdot 5 = 6000$  посещений. На каждом уроке ровно 30 детей, значит, в школе проводится  $6000 : 30 = 200$  уроков в день. Каждый учитель ежедневно проводит по 4 урока, тогда количество учителей равно  $200 : 4 = 50$ .

5.2 В школе учатся 1800 детей. У каждого ребенка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведет ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?

Ответ. 75

Формат ответа: Число

5.3 В школе учатся 2400 детей. У каждого ребенка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведет ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?



Ответ. 100

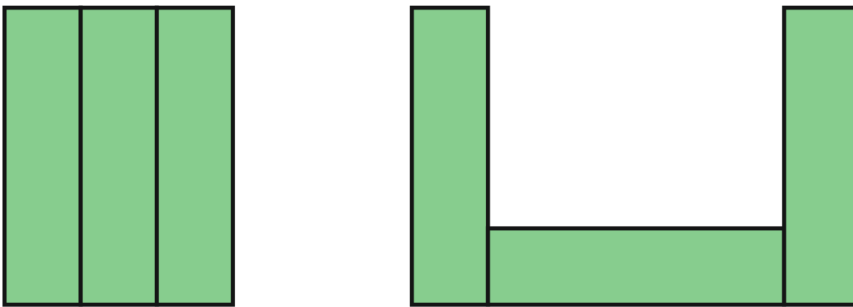
Формат ответа: Число

5.4 В школе учатся 3000 детей. У каждого ребенка 5 уроков каждый день. Каждый учитель ежедневно ведет ровно 4 урока, а на каждый урок ходит ровно 30 детей. Сколько учителей работает в школе?

Ответ. 125

Формат ответа: Число

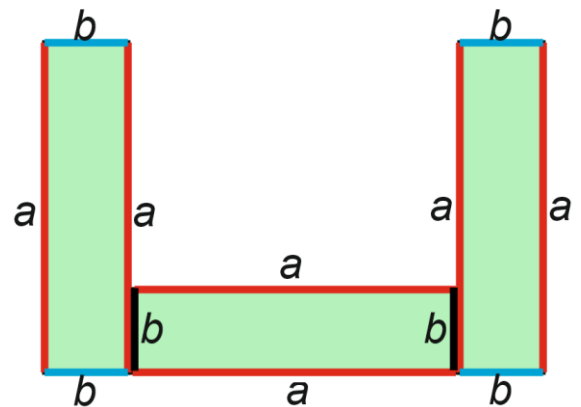
6.1 Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен 52 см, а фигуры справа – 92 см. Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



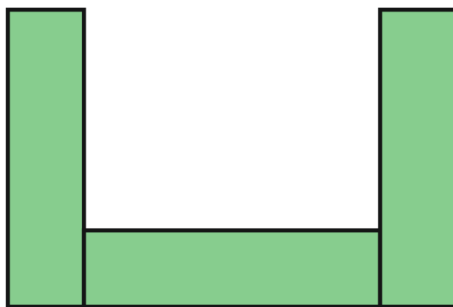
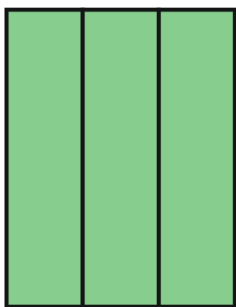
Ответ. 56 см<sup>2</sup>

Формат ответа: Число

**Решение.** Обозначим длинную сторону прямоугольника за  $a$ , а короткую – за  $b$ . Тогда периметр левой фигуры равен  $2a+6b=52$  см. А периметр правой фигуры равен  $6a+4b-2b=6a+2b=92$  см (6 красных сторон  $a$  плюс 4 синие стороны  $b$  и минус 2 черные стороны  $b$  на рисунке). Разделим оба выражения на 2, получим, что  $a+3b=26$ ,  $3a+b=46$ . Сложив эти два равенства, получим,  $4a+4b=26+46=72$ , то есть  $a+b=18$ . Из равенства  $a+3b=26$  вычтем равенство  $a+b=18$ , получим,  $2b=8$ , тогда  $b=4$ , а  $a=18-4=14$ . Площадь одного прямоугольника равна  $a \cdot b=4 \cdot 14=56$  см<sup>2</sup>.



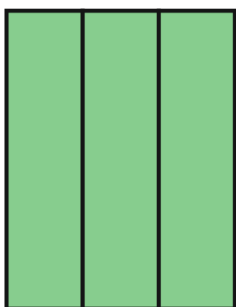
6.2 Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен 60 см, а фигуры справа – 84 см. Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ.  $72 \text{ см}^2$

Формат ответа: Число

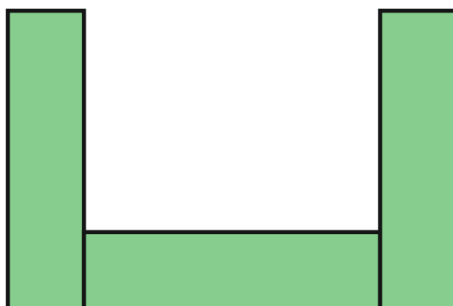
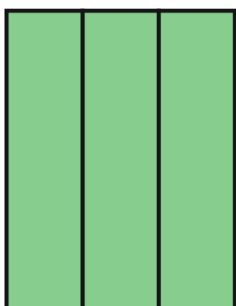
6.3 Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен  $48 \text{ см}$ , а фигуры справа –  $96 \text{ см}$ . Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ.  $45 \text{ см}^2$

Формат ответа: Число

6.4 Две фигуры составлены из шести одинаковых прямоугольников. Периметр фигуры слева равен  $56 \text{ см}$ , а фигуры справа –  $88 \text{ см}$ . Найдите площадь одного прямоугольника. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ.  $65 \text{ см}^2$

Формат ответа: Число

7.1 Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал  $42 \text{ км}$ , из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда

автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 65 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

Ответ. 180 км

Формат ответа: Число

**Решение.** За промежуток времени, за который автомобиль проехал 30 км, грузовик проехал  $65-42=23$  км. То есть расстояние между ними сократилось на  $30-23=7$  км за один такой промежуток времени.

В момент, когда автомобиль выезжал из города, расстояние между автомобилем и грузовиком 42 км, они сближаются на 7 км за один промежуток времени. Так как они приехали в город одновременно, прошло  $42:7=6$  таких промежутков времени.

Так как автомобиль за один промежуток времени проезжает 30 км, а всего промежутков 6, то расстояние между городом и деревней равно  $30\cdot 6=180$  км.

7.2 Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал 40 км, из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 65 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

Ответ. 240 км

Формат ответа: Число

7.3 Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал 42 км, из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 66 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

Ответ. 210 км

Формат ответа: Число

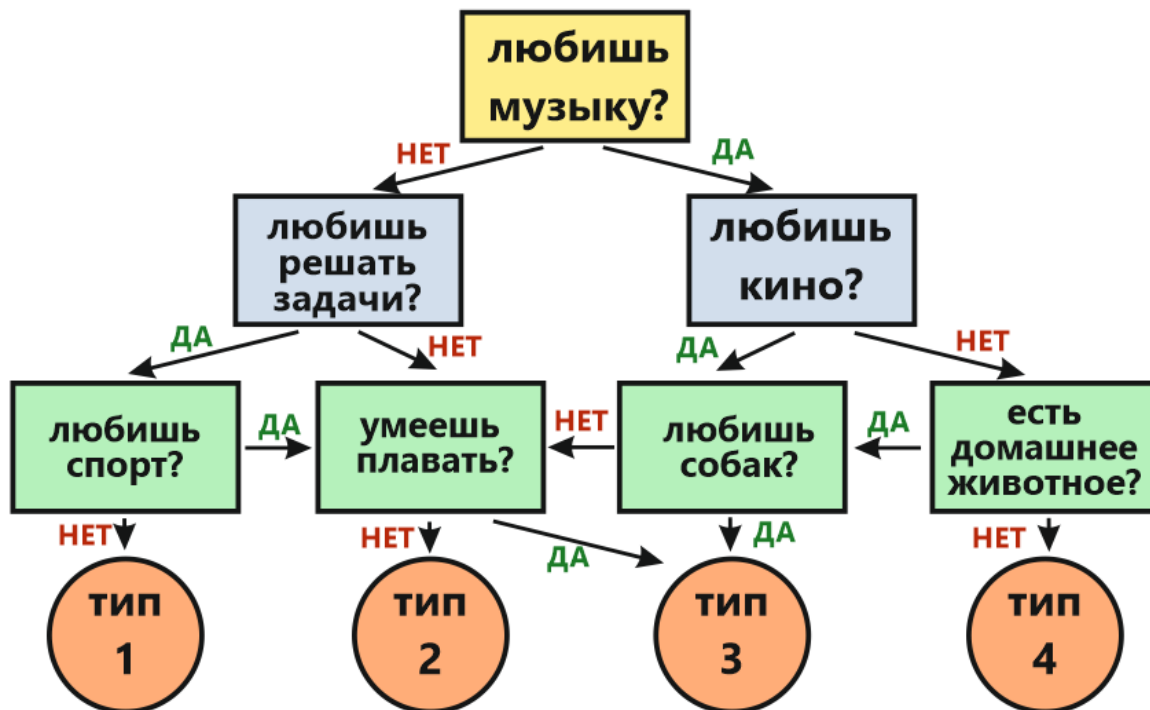
7.4 Из деревни в город с постоянной скоростью выехал грузовик. Когда он проехал 40 км, из деревни по той же дороге с постоянной скоростью выехал автомобиль. Когда автомобиль проехал 30 км, грузовик находился на расстоянии 62 км от деревни. Найдите расстояние от деревни до города, если в город грузовик и автомобиль приехали одновременно. Ответ выразите в километрах.

Ответ. 150 км

Формат ответа: Число

8.1 Четыре человека Витя, Митя, Петя и Катя прошли тест о предпочтениях, приведенный на картинке. Все они получили разные результаты.





Витя: Я люблю кино.

Митя: Я люблю собак, у меня есть бульдог, но я не отношусь к третьему типу.

Петя: Все хорошо плавают, кроме меня.

Катя: Я люблю решать задачи.

Все участники диалога говорят честно. Кто к какому типу относится?

Ответ. Витя – тип 3, Митя – тип 1, Петя – тип 2, Катя – тип 4.

Формат ответа: выбор из четырех ответов

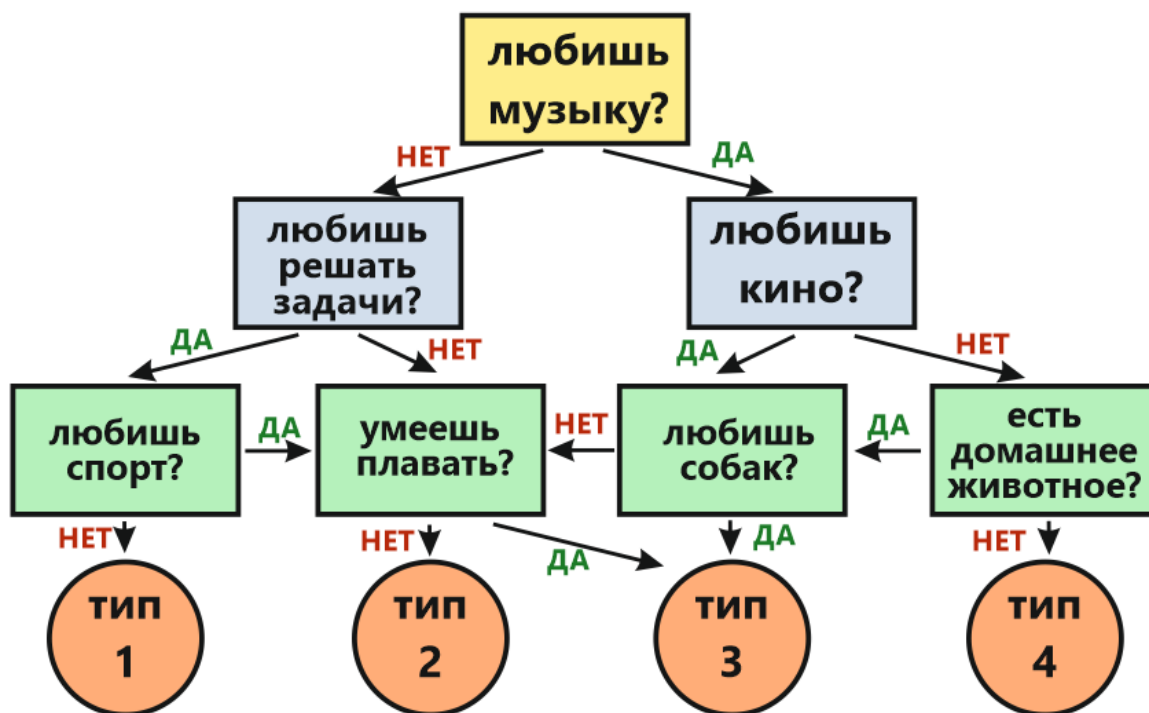
Витя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Митя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Петя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Катя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

8.3 Четыре человека Витя, Митя, Петя и Катя прошли тест о предпочтениях, приведенный на картинке. Все они получили разные результаты.



Витя: Я люблю кино.

Митя: Все хорошо плавают, кроме меня.

Петя: Я люблю собак, у меня есть бульдог, но я не отношусь к третьему типу.

Катя: Я люблю решать задачи.

Все участники диалога говорят честно. Кто к какому типу относится?

Ответ. Витя – тип 3, Митя – тип 2, Петя – тип 1, Катя – тип 4.

Формат ответа: выбор из четырех ответов

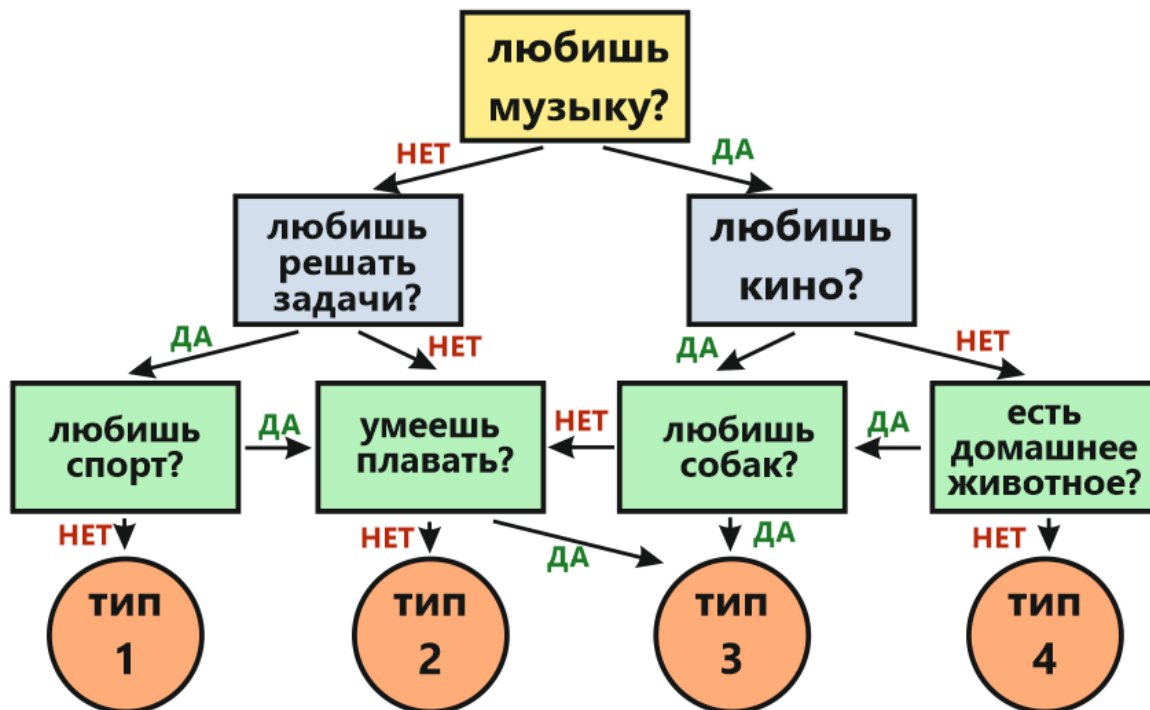
Витя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Митя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Петя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Катя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

8.4 Четыре человека Витя, Митя, Петя и Катя прошли тест о предпочтениях, приведенный на картинке. Все они получили разные результаты.



Витя: Я люблю собак, у меня есть бульдог, но я не отношусь к третьему типу.

Митя: Все хорошо плавают, кроме меня.

Петя: Я люблю решать задачи.

Катя: Я люблю кино.

Все участники диалога говорят честно. Кто к какому типу относится?

Ответ. Витя – тип 1, Митя – тип 2, Петя – тип 4, Катя – тип 3.

Формат ответа: выбор из четырех ответов

Витя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Митя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Петя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4

Катя: тип 1, тип 2, тип 3, тип 4