Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

для 7 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Несколько мальчиков купили в магазине по 5 пачек печенья, а экономная девочка Таня купила меньше. В каждой пачке по 12 печений. У всех детей вместе оказалось 396 печений. Сколько пачек печенья купила Таня?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Общее количество пачек печенья равно $396 \div 12 = 33$. Если из всех пачек вычесть Танины, останутся только пачки мальчиков, поэтому их количество делится на 5. Кроме того, количество пачек Тани меньше 5 по условию. Значит, количество пачек у Тани равно остатку при делении 33 на 5, то есть 3.

Задание № 1.2

Условие:

Несколько белок сделали по 8 тайников с орехами каждая, а вот их знакомый бурундук сделал меньшее количество тайников. В каждом тайнике по 15 орехов, при этом всего у белок и бурундука оказалось 420 орехов. Сколько тайников сделал бурундук?

Ответ: 4

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.3

Условие:

Несколько белок сделали по 4 тайника с орехами каждая, а вот их знакомый бурундук сделал меньшее количество тайников. В каждом тайнике по 25 орехов, при этом всего у белок и бурундука оказалось 525 орехов. Сколько тайников сделал бурундук?

Ответ: 1

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.4

Условие:

Друзья-рыболовы собрались на зимнюю рыбалку, и каждый сделал по 5 прорубей. Рыболов, которого они встретили на реке, сделал меньшее количество прорубей, но оказалось, что абсолютно из каждой проруби было поймано поровну рыб — по 12 штук. Всего было выловлено 744 рыбы. Сколько прорубей сделал рыболов, встреченный друзьями на реке?

Ответ: 2

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 2.1

Условие:

Четыре числа a, b, c и d таковы, что верна пропорция $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ и $ad = 60$. Найдите произведение всех четырёх чисел.

Ответ: 3600

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

По свойству пропорции $(a - b)(c + d) = (a + b)(c - d)$. После упрощения получаем: $ad - bc = bc - ad$, то есть $ad = bc$, $abcd = 60^2 = 3600$.

Задание № 2.2

Условие:

Четыре числа a, b, c и d таковы, что верна пропорция $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ и $ad = 100$. Найдите произведение всех четырёх чисел.

Ответ: 10000

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 2.3

Условие:

Четыре числа a, b, c и d таковы, что верна пропорция $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ и $ad = 20$. Найдите произведение всех четырёх чисел.

Ответ: 400

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 2.4

Условие:

Четыре числа a, b, c и d таковы, что верна пропорция $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ и $ad = 50$. Найдите произведение всех четырёх чисел.

Ответ: 2500

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 3.1

Условие:

Андрей, Борис и Виктор хотели позавтракать пончиками. Но оказалось, что Андрею не хватает 50 рублей для покупки трёх пончиков, Борису — 25 рублей на два пончика, а Виктору — 13 рублей на один пончик. Тогда они сложили свои деньги, и выяснилось, что у них 500 рублей на всех. Сколько стоит пончик?

Ответ: 98

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Пусть один пончик стоит x рублей. Тогда у Андрея $3x - 50$ рублей, у Бориса $2x - 25$ рублей, у Виктора $x - 13$ рублей. По условию $3x - 50 + 2x - 25 +$ $+ x - 13 = 500$, то есть $6x = 588$, $x = 98$. Значит, один пончик стоит 98 рублей.

Задание № 3.2

Условие:

Алёна, Полина и Маша хотели поиграть на игровых автоматах. Оказалось, что Алёне не хватает 40 рублей для оплаты четырёх игр, Полине — 30 рублей для оплаты двух игр, а Маше — 7 рублей для оплаты одной игры. Тогда они сложили свои деньги, и выяснилось, что у них 700 рублей на всех. Сколько стоит одна игра?

Ответ: 111

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.3

Условие:

Квакуша, Лягуша и Жабуша пришли на фестиваль болота и захотели полакомиться засахаренными комарами. Оказалось, что Квакуше не хватает 30 денежек для покупки трёх комаров, Лягуше — 26 денежек для покупки двух комаров, а Жабуше — 2 денежек для покупки одного комара. Тогда они сложили свои денежки, и выяснилось, что у них 350 денежек на всех. Сколько стоит один засахаренный комар?

Ответ: 68

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.4

Условие:

Андрей, Борис и Виктор хотели позавтракать пончиками. Оказалось, что Андрею не хватает 50 рублей для покупки двух пончиков, Борису — 7 рублей на один пончик, а Виктору — 15 рублей на один пончик. Тогда они сложили свои деньги, и выяснилось, что у них 500 рублей на всех. Сколько стоит пончик?

Ответ: 143

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 4.1

Условие:

При нажатии на кнопку этажа в лифте 23-этажного дома кнопка загорается, а при повторном нажатии — гаснет. В лифт зашли Вася, Коля и Петя. Вася нажал на 12 различных кнопок, Коля — на 14, Петя — на 19. Изначально ни одна кнопка не горела, а в результате загорелись все. Сколько кнопок было нажато трижды?

Ответ: 11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Каждый мальчик нажимал разные кнопки, поэтому каждая кнопка была нажата не более трёх раз. Отменим последнее нажатие каждой кнопки. Останется $12 + 14 + 19 - 23 = 22$ нажатия, при этом каждая кнопка была нажата чётное количество раз, но не больше двух. Значит, ровно 11 кнопок были нажаты дважды, а именно они в исходной ситуации были нажаты трижды.

Задание № 4.2

Условие:

Тройняшкам Маше, Полине и Эрике подарили детскую музыкальную игрушку с 25 кнопочками, каждая из которых загорается при нажатии, а при повторном нажатии — гаснет. Изначально ни одна из кнопок не горела. Сначала Маша нажала на 17 различных кнопок, потом Полина — на 18, а Эрика — на 20. В результате все кнопки загорелись. Сколько кнопок было нажато трижды?

Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 4.3

Условие:

Три волшебницы собрались на берегу озера, в котором обитают 125 кувшинок. По мановению палочки цветок полностью раскрывает лепестки, а при повторном взмахе — полностью закрывает. Изначально все бутоны закрыты. Первая волшебница взмахнула палочкой над 117 различными кувшинками, вторая — над 119, а третья — над 113. В результате все цветы раскрылись. Над сколькими кувшинками взмахнули трижды?

Ответ: 112

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 4.4

Условие:

Дети путешественника во времени нашли в рабочем кабинете отца странный предмет с 35 кнопочками, каждая из которых загорается при нажатии, а при повторном нажатии — гаснет. Изначально ни одна из кнопок не горела. Савелий нажал на 27 различных кнопочек, Камиль — на 26 кнопочек, а Костя — на 30 кнопочек. В результате все кнопки загорелись. Сколько кнопок было нажато трижды?

Ответ: 24

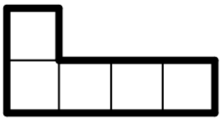
Точное совпадение ответа — 1 балл

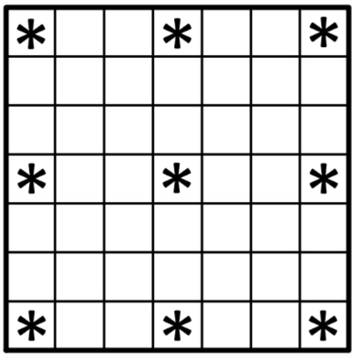
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 5.1

Условие:

Квадрат 7 × 7, показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток на фигурки вида  и .



Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

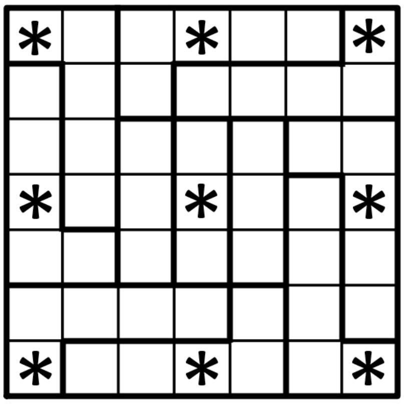
Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

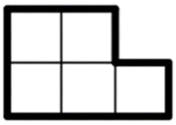
Площадь квадрата 7 × 7 равна 49. Это число не делится на 5, так что обойтись только пятиклеточными фигурками не удастся. Так как 49 – 45 = 4 не делится на 3, то не может быть ровно 9 пятиклеточных фигурок. Заметим, что 49 = = 40 + 9, так что теоретически возможен вариант, в котором окажется 8 = 40 ÷ ÷ 5 пятиклеточных фигурок и 3 = 9 ÷ 3 трёхклеточных. Тогда наибольшее количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки, не может быть больше 8.

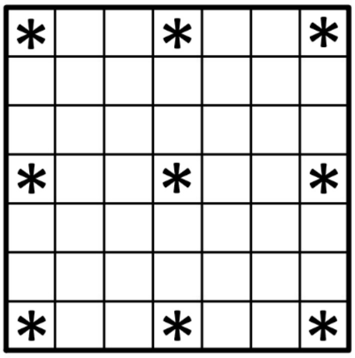


Тем не менее, существует пример, когда их ровно 8.

Задание № 5.2

Условие:

Квадрат 7 × 7, показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток на фигурки вида  и .



Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

Ответ: 8

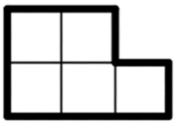
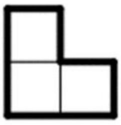
Точное совпадение ответа — 1 балл

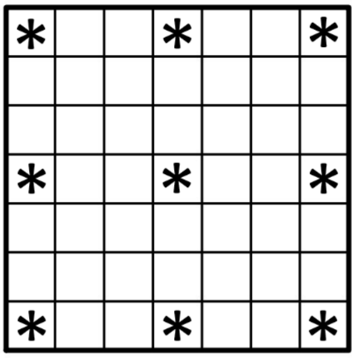
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.3

Условие:

Квадрат 7 × 7, показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток на фигурки вида  и .



Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

Ответ: 8

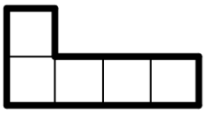
Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.4

Условие:

Квадрат 7 × 7, показанный на рисунке, разрезан без остатка по линиям клеток на фигурки вида  и .

			*			
	*				*	
*			*			*
	*				*	
			*			

Найдите максимально возможное количество пятиклеточных фигурок, содержащих звёздочки (одну или больше). Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 6.1

Условие:

На балу присутствует не более 60 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют $\frac{3}{4}$ всех мужчин и $\frac{4}{5}$ всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?

Ответ: 31

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Пусть мужчин m, а женщин g. Тогда $\frac{3}{4}m = \frac{4}{5}g$. Откуда 15m = 16g. Следовательно, m кратно 16, а g кратно 15, то есть m = 16k, g = 15k. Всего людей, значит, 15k + 16k = 31k. Откуда $k \leq 1$. То есть k = 1. Таким образом, всего людей 31.

Задание № 6.2

Условие:

На балу присутствует не более 20 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют $\frac{2}{5}$ всех мужчин и $\frac{4}{7}$ всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?

Ответ: 17

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 6.3

Условие:

На балу присутствует не более 50 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют $\frac{3}{5}$ всех мужчин и $\frac{4}{7}$ всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?

Ответ: 41

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 6.4

Условие:

На балу присутствует не более 25 человек. Они танцуют в парах (один мужчина и одна женщина). В настоящий момент танцуют $\frac{2}{3}$ всех мужчин и $\frac{1}{5}$ всех женщин. Сколько людей присутствует на балу?

Ответ: 13

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 7.1

Условие:

Среди трёх друзей один выше всех по росту, другой старше всех, а третий — самый хитрый. Самый высокий всегда говорит правду, самый старший всегда лжёт, а самый хитрый может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Петя, и Вася сказали: «Я — самый хитрый!», а Алёша добавил: «Петя выше самого старшего из нас». Кто из ребят старше всех?

Ответ:

- o Петя
- ✓ Вася
- o Алёша

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Самый высокий не мог сказать, что он самый хитрый. Поэтому самый высокий — Алёша. Он сказал правду, значит, Петя — не самый старший, то есть он — самый хитрый, а самый старший — Вася.

Задание № 7.2

Условие:

Среди трёх подружек одна выше всех по росту, другая старше всех, а третья — самая хитрая. Самая старшая всегда говорит правду, самая высокая всегда лжёт, а самая хитрая может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Катя, и Лиза сказали: «Я — самая хитрая!», а Полина добавила: «Катя старше самой высокой из нас». Кто из девочек выше всех?

Ответ:

- o Катя
- o Полина
- ✓ Лиза

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.3

Условие:

Среди трёх подружек одна выше всех по росту, другая старше всех, а третья — самая хитрая. Самая старшая всегда говорит правду, самая высокая всегда лжёт, а самая хитрая может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Катя, и Лиза сказали: «Я — самая хитрая!», а Полина добавила: «Катя старше самой хитрой из нас». Кто из девочек выше всех?

Ответ:

- ✓ Катя
- o Лиза
- o Полина

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.4

Условие:

Среди трёх друзей один выше всех по росту, другой старше всех, а третий — самый хитрый. Самый высокий всегда говорит правду, самый старший всегда лжёт, а самый хитрый может иногда говорить правду, а иногда лгать. И Петя, и Вася сказали: «Я — самый хитрый!», а Алёша добавил: «Петя выше самого хитрого из нас». Кто из ребят старше всех?

Ответ:

- ✓ Петя
- o Вася
- o Алёша

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 8.1

Условие:

В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 10×12 сидят 7 жуков. За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.

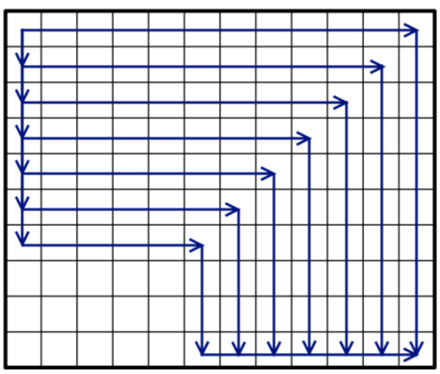
Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Рассмотрим диагонали, идущие снизу-слева вверх-вправо. Каждую из них каждый жук пересечёт ровно один раз. Их длины: 1, 2, …, 9, 10, 10, 10, 9, …, 1, где чисел, равных 10, 3 штуки. Поэтому на них, начиная с диагонали длины 7 + 1, останутся не посещёнными минимум 1, 2, 3, 3, 3, 2, 1 клетки. Сумма этих чисел равна 15. Пример легко строится. Первый жук ползёт направо до конца, потом вниз до конца. Второй сначала сползает на вторую сверху горизонталь, потом ползёт вправо до предпоследней вертикали, спускается вниз до конца, и ползёт направо, и так далее. Пути жуков показаны на картинке.



Задание № 8.2

Условие:

В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 10×13 сидят 8 жуков. За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.

Ответ: 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

Задание № 8.3

Условие:

В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 11×12 сидят 7 жуков. За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.

Ответ: 20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

Задание № 8.4

Условие:

В левой верхней клетке прямоугольной клетчатой поляны 11×13 сидят 7 жуков. За один ход один из жуков переползает на одну клетку вправо или на одну клетку вниз. Через несколько ходов все жуки собрались в правой нижней клетке. Найдите наименьшее количество клеток, не посещённых ни одним жуком.

Ответ: 24

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1