

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2025-2026 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.
7-Й КЛАСС**

Задание 7.1. Решите уравнение: $||x-3|-3|-3|=3$

Решение:

$$\begin{array}{lll} ||x-3|-3|-3|=3 & \text{или} & ||x-3|-3|-3|=-3 \\ ||x-3|-3|=6 & & ||x-3|-3|=0 \\ |x-3|-3=6 & \text{или} & |x-3|-3=-6 \\ |x-3|=9 & & |x-3|=-3 \\ x-3=9 \text{ или } x-3=-9 & \text{корней нет} & x-3=3 \text{ или } x-3=-3 \\ x=12 & x=-6 & x=6 \quad x=0 \end{array}$$

Ответ: -6,0,6,12

Критерии оценивания:

7	Обосновано получен верный ответ.
5-6	Рассуждения верные, допущена одна вычислительная ошибка.
3	Подбором найдены все корни и не доказано, что других нет.
2	Подбором найдено 2 или 3 корня уравнения.
1	Подбором найден один из корней уравнения.
0	Неверное решение или выписан только ответ.

Задание 7.2. Дуремар умножил некоторое двузначное число на его первую цифру, кот Базилио умножил то же самое число на его вторую цифру, а Буратино сложил их результаты. Докажите, что Буратино не мог получить 678.

Решение:

В результате сложения Буратино получил произведение числа на сумму его цифр. Предположим, что он получил число 678. Это число делится на 3. Тогда и произведение заданного двузначного числа на сумму его цифр делится на 3. Но тогда по признаку делимости на 3 и число и сумма его цифр делятся на 3. Таким образом произведение делится на 9, а 678 на 9 не делится. Значит Буратино не мог получить 678.

Критерии оценивания:

7	Доказательство верное, обоснование полное.
6	Доказательство верное, но есть недочёты в обосновании.
1	Рассмотрен частный случай для одного или нескольких чисел.
0	Решение отсутствует.

Задание 7.3. Золушка может почистить корзину картошки за 4 часа, а Мальвина – за 6 часов. У Золушки 10% картошки идёт в очистки, а у Мальвины 15% картошки идёт в очистки. Однажды они решили вместе почистить корзину картошки. Сколько процентов картошки уйдёт в очистки при их совместной работе?

Решение:

1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ корзины почистят Золушка и Мальвина вместе за 1 час.

2) $1 : \frac{5}{12} = 2,4(ч)$ - время совместной работы.

3) $2,4 : 4 = 0,6$ всей картошки почистит Золушка.

4) $0,6 \cdot 0,1 = 0,06$ всей картошки ушло у Золушки в очистки.

5) $1 - 0,6 = 0,4$ всей картошки почистит Мальвина.

6) $0,4 \cdot 0,15 = 0,06$ всей картошки ушло у Мальвины в очистки.

7) $0,06 + 0,06 = 0,12$ всего ушло в очистки.

$0,12 = 12\%$

Ответ: 12%

Критерии оценивания:

7	Получен верный ответ в ходе логических рассуждений или в результате решения уравнения. При этом рассуждения должны быть полными, а составление уравнения обосновано.
5-6	Верный ответ, есть недочёты в обосновании.
3-4	Верный ход логических рассуждений, но допущена вычислительная ошибка и получен другой ответ.
1-2	Рассмотрен частный случай (зафиксирована масса корзины (например, 10 кг))
0	Решение отсутствует, неверное.

Задание 7.4. Город рыцарей и лжецов на карте имеет вид клетчатого прямоугольника 2×10 , в каждой клетке живёт один человек- рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Соседними считаются клетки, примыкающие друг к другу по стороне или углу. Каждый житель сказал: среди моих соседей нечётное число лжецов. Чётно или нечётно количество лжецов в деревне?

Решение:

Разобьём деревню на 4 прямоугольника и в каждом прямоугольнике рассмотрим жителя, отмеченного крестиком.

x			x			x			x

Соседями каждого отмеченного жителя являются все живущие с ним в одном прямоугольнике, кроме него самого. Если отмеченный житель – рыцарь, то среди его соседей нечётное число лжецов, а значит, и во всём прямоугольнике нечётное число лжецов. Если же отмеченный житель-лжец, то среди его соседей чётное число лжецов, а вместе с ним - нечётное. В обоих случаях получается, что в соответствующем прямоугольнике живёт нечётное число лжецов. Но тогда общее количество лжецов – сумма четырёх нечётных чисел, то есть число чётное.

Ответ: чётно

Критерии оценивания:

7	Решение полное и все логические шаги присутствуют или сделан полный перебор. Получен верный ответ.
5-6	Решение верное, но есть некоторые недочёты.
1-2	Приведён один или несколько примеров расположения рыцарей и лжецов, дан верный ответ.
0	Доказательство отсутствует

Задание 7.5. На стороне AC треугольника ABC выбрали точки K и L так, что L – середина AK, BK – биссектриса угла LBC. При этом $BC=2BL$. Доказать, что $KC=AB$.

Решение:

В треугольнике BKC проведём медиану KM. Тогда, $BM=MC=BL$. Но тогда $\triangle BKL = \triangle BKM$ по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $KM = LK = LA, \angle BLK = \angle BMK$. Но тогда $\angle BLA = \angle KMC$ (как смежные с равными) и $\triangle ABL = \triangle KCM$ по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следует, что $KC=AB$.

Критерии оценивания:

7	Доказательство полное и все логические шаги присутствуют.
5-6	Доказательство верное, но есть некоторые недочёты.
4	Доказано, что $KM = LK = LA, \angle BLK = \angle BMK$.
2-3	Доказано, что $KM = LK = LA$.
1	Построена точка M, показано, что $BM=MC=BL$.
0	Решение отсутствует.