

7 класс

Общие критерии оценивания заданий приведены в таблице:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

При оценивании заданий следует придерживаться указаний, данных в комментариях к данной задаче или к данному способу решению задачи.

Нельзя уменьшать количество баллов за то, что решение слишком длинное. Исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) также не являются основанием для снятия баллов. В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

7.1. Цена билета на стадион была 200 рублей. После снижения цены на билеты, количество зрителей на стадионе увеличилась на 50%, а сумма денег от проданных билетов увеличилась на 14%. Найдите цену билета на стадион после снижения первоначальной цены.

Ответ: 152 .

Решение. Обозначим за n количество зрителей до понижения цены за билет, а за x - новую цену билета. Для полученной после снижения цены на билеты суммы денег запишем уравнение $200n \cdot 1,14 = n \cdot 1,5 \cdot x$. Так как $n > 0$, то левую и правую часть уравнения можно сократить на n . Получаем $x = 152$.

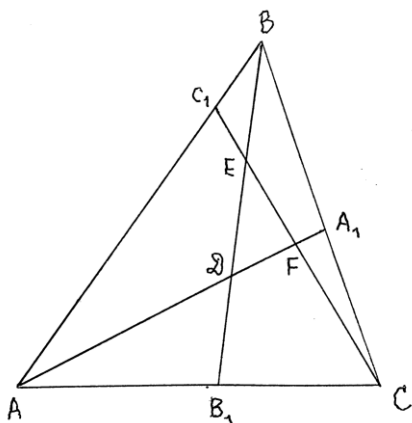
Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов. Правильно записанное уравнение, но с ошибкой в дальнейшем решении – 4 балла.

7.2. На сторонах AB , BC , CA треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 , B_1 соответственно. Отрезки AA_1 и BB_1 пересекаются в точке D , отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке E , а отрезки AA_1 и CC_1 пересекаются в точке F . При этих пересечениях образуются треугольники ADB_1 , BEC_1 , CFA_1 и DEF , сумма периметров которых равна 25, и образуются четырёхугольники $ADEC_1$, $BEFA_1$ и $CFDB_1$, сумма периметров которых равна 30. Периметр треугольника ABC равен 23. Найдите сумму длин отрезков AA_1 , BB_1 и CC_1 .

Ответ: 16

Решение. Пусть X – сумма длин отрезков AA_1 , BB_1 и CC_1 . Так как $AA_1 = AD + DF + FA_1$, а каждый из этих трёх отрезков является стороной одного треугольника и одного четырёхугольника, то длина AA_1 в периметрах соответствующих треугольников и четырёхугольников должна быть посчитана 2 раза. Аналогично для отрезков BB_1 и CC_1 . С другой стороны, $AB = AC_1 + C_1B$, а каждый из этих двух отрезков является стороной одного четырёхугольника и одного треугольника. Аналогично для отрезков BC и AC . Значит, для суммы периметров треугольников ADB_1 , BEC_1 , CFA_1 , DEF и четырёхугольников $ADEC_1$, $BEFA_1$ и $CFDB_1$ получаем уравнение

$$2X + 23 = 30 + 25, \text{ откуда } X = 16 .$$



Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов.

Правильно записанное уравнение без обоснования – 1 балл.

7.3. Можно ли расположить пятнадцать чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 в клетках таблицы 3×5 так, чтобы суммы чисел в каждой строчке были одинаковы и суммы чисел в каждом столбце были одинаковы?

Решение. Да, например:

15	6	2	7	10
8	4	13	12	3
1	14	9	5	11

Комментарии. Приведён любой верный пример – 7 баллов.

Только верный ответ без верного примера – 0 баллов.

7.4. На столе лежат 2026 пуговиц. Аня и Боня играют в следующую игру: они по очереди (начинает Аня) убирают со стола 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 пуговиц (любое количество из этого набора). Тот, кто убирает со стола последнюю пуговицу, считается проигравшим. Кто из игроков победит независимо от игры соперника? Опишите выигрышную стратегию и докажете, что она выигрышная.

Решение. У Бони есть выигрышная стратегия. Если своим очередным ходом Аня убирает 1, 4, 16, 64, 256 или 1024 пуговиц, то Боня убирает 2 пуговицы. Если Аня убирает 2, 8, 32, 128 или 512 пуговиц, то Боня убирает 1 пуговицу. При такой стратегии после хода Ани и Бони количество пуговиц уменьшается на число, кратное 3. Так число 2026 при делении на 3 дает остаток 1, то через некоторое количество ходов Ани и Бони останется 1 пуговица, которую должна взять Аня.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов.

Описана выигрышная стратегия без доказательства того, что она выигрышная — 3 балла.

7.5. В клетки квадрата 3×3 записали различные натуральные числа (в каждой клетке одно число) так, что среди записанных чисел есть 1, 2, 3, 5, 100, а при вычеркивании любого столбца и любой строки в каждом квадрате 2×2 из оставшихся клеток сумма двух чисел на одной диагонали равна сумме двух чисел на другой диагонали. Найдите наименьшую возможную сумму всех записанных чисел. Приведите пример расстановки чисел с этой суммой.

Ответ: 315

Решение. Рассмотрим случай, когда 1 и 100 находятся в одной строке или в одном столбце. Пусть без ограничения общности в первой строке слева направо записаны числа 1, 100, t , во второй строке записаны числа x , y , z , а в третьей строке – числа a , b , c .

1	100	t
x	y	z
a	b	c

Тогда, вычёркивая третью (нижнюю) строку и третий (правый) столбец, получим равенство $1 + y = 100 + x$. Так как $x \geq 2$, то $y \geq 101$. Вычёркивая вторую строку и третий столбец, получим равенство $1 + b = 100 + a$. Так как $a \geq 2$, то $b \geq 101$. Поскольку числа различные, то $y + b \geq 101 + 102 = 203$. Значит, сумма всех чисел в таблице $S \geq 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 100 + 101 + 102 = 324$. Теперь рассмотрим случай, когда 1 и 100 находятся в разных строках и разных столбцах. Пусть без ограничения общности в первой строке записаны числа 1, k , t , во второй строке – числа x , 100, z , в третьей строке – числа a , b , c .

1	k	t
x	100	z
a	b	c

Вычёркивая третью строку и третий столбец, получим равенство $1 + 100 = k + x$. Вычёркивая вторую строку и второй столбец, запишем равенство $1 + c = t + a$. Так как $t + a \geq 2 + 3 = 5$, то $c \geq 4$. Вычёркивая первую строку и первый столбец, запишем равенство $100 + c = z + b \geq 104$. Значит, сумма всех чисел $S = 1 + (k + x) + (t + a) + 100 + c + (z + b) \geq 1 + 101 + 5 + 100 + 4 + 104 = 315$. Это наименьшая возможная сумма. Её можно получить при $k = 5$, $x = 96$, $t = 3$, $a = 2$, $z = 98$, $b = 6$, $c = 4$.

Комментарии. Из двух случаев исходного расположения чисел 1 и 100 (в одной строке или в одном столбце; в разных строках и разных столбцах) рассмотрен только один – 2 балла. Приведён верный пример – 3 балла. Доказано, что сумма не меньше 315 – 4 балла.