

Всероссийская олимпиада школьников по математике

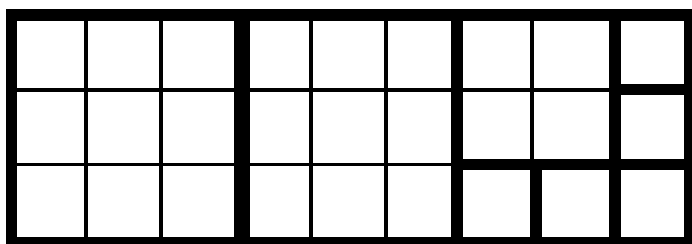
Муниципальный этап

7 класс

2025–2026 учебный год

7.1. Разрезать прямоугольник 3×9 на 8 квадратов.

Решение: Сначала разрежем прямоугольник на три квадрата размером 3×3 . Два из них оставим, а от третьего отрежем квадрат 2×2 . Оставшуюся часть разрежем на пять квадратов размером 1×1 . Всего получится 8 квадратов.



7.2. Три друга — Пётр, Роман и Сергей — занимаются плаванием, футболом и хоккеем. Если Пётр пловец, то Сергей не футболист. Если Роман не футболист, то Пётр пловец. Если Сергей не пловец, то Роман — хоккеист. Сможете ли вы определить вид спорта каждого?

Ответ: Пётр — хоккеист, Роман — футболист, Сергей — пловец.

Решение: Предположим, что Роман не футболист, тогда (по условию 2) Пётр пловец, но если Пётр пловец, то Сергей (по условию 1) не футболист — получилось явное противоречие. Значит, Роман — футболист. Тогда Сергей пловец — иначе (по условию 3) Роман был бы хоккеистом. Значит, Пётр — хоккеист. Итак: Пётр — хоккеист, Роман — футболист, Сергей — пловец.

Если дан только ответ, то выставляется 2 балла. 7 баллов — при решении задачи с помощью таблиц или рассуждениями.

7.3. В ящике 25 кг гвоздей. Как с помощью чашечных весов и одной гири в 1 кг за два взвешивания отмерить 19 кг гвоздей?

Решение: При первом взвешивании на одну из чашек весов кладем гирю и все гвозди раскладываем по чашкам так, чтобы установилось равновесие. Получим 13 и 12 кг гвоздей. Первую кучку откладываем, а остальные гвозди делим пополам, взвешивая без гири: $12 = 6 + 6$. Получили искомое количество гвоздей: $19 = 13 + 6$.

7.4. Семь гномов собирают гирлянду для ёлки. Начинает первый гномик, он закручивает одну красную лампочку, затем второй закручивает две оранжевые, третий – три жёлтые, четвёртый – четыре зелёные, пятый – пять голубых, шестой – шесть синих, седьмой – семь фиолетовых, потом первый – одну красную и так далее. Какого цвета будет 2025 лампочка?

Ответ: Зелёная.

Решение: $2025 : (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 72$ (ост. 9). Таким образом, 2025 лампочек разбиваем на группы по 28 лампочек в каждой. Получается 72 полных групп и одна неполная, состоящая из девяти лампочек. Девятая лампочка будет зелёная.

7.5. Существует ли такое натуральное число n , что $n + n^2 + n^3 + \dots + n^{2025} = (n + 1)^{2026}$?

Ответ: не существует.

Решение: Пусть n – четное, тогда левая часть равенства является числом четным, а правая – нечетным. Если же n – число нечетное, то левая часть является числом нечетным, а правая – четным. Значит, такого числа не существует.