

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
7 класс

Задача 7.1

Условие:

Складывая два натуральных числа, Маша случайно приписала в конце одного из них 0. Поэтому в сумме вместо числа 2025 Маша получила число, записанное в обратном порядке: 5202. Какие числа должна была сложить Маша?

Ответ. 353 и 1672.

Решение:

Пусть a и b – искомые числа. Приписав к первому числу 0, получаем число $10a$. Итак, $a+b = 2025$, $10a+b = 5202$. Следовательно, сумма увеличилась на $9a$, то есть $9a = 5202 - 2025 = 3177$. Откуда $a = 353$, $b = 1672$.

Дополнительные критерии:

1) Записано, что хотя бы одно из исходных чисел должно быть четырехзначным – 1 балл

2) Указано, что приписывание 0 увеличивает число в 10 раз, а далее продвижений нет – 1 балл

3) Указано, что приписывание 0 увеличивает число a в 10 раз, и сделан вывод, что из-за этого сумма увеличивается на $9a$, а далее продвижений нет или вычисления произведены не верно – 3 балла

Баллы за 1) и 2) или за 1) и 3) суммируются.

4) Только ответ без решения – 0 балл

Задача 7.2

Условие:

Иван Иванович получил премию, которую в точности без остатка можно было потратить на диван и два одинаковых кресла. Иван Иванович надеялся, что будет распродажа, и не стал сразу тратить премию на покупку. Однако вместо распродажи было повышение цен на все товары на 25 процентов. Теперь Иван Иванович может потратить всю премию без остатка на покупку дивана и только одного кресла. Сможет ли Иван Иванович за свою премию купить хотя бы один диван, если цены еще раз поднимутся на 25 процентов на все товары?

Ответ. Да, сможет.

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
7 класс

Решение:

1 способ

Обозначим начальную стоимость дивана за d рублей, а кресла за k рублей, тогда размер премии Ивана Ивановича $d+2k$. После повышения цены стоимость дивана стала $\frac{5}{4}d$, стоимость одного кресла стала $\frac{5}{4}k$. Так как теперь премии хватает только на диван и одно кресло, то имеем равенство:

$$d+2k = \frac{5}{4}d + \frac{5}{4}k, \text{ откуда } d = 3k, \text{ следовательно, размер премии } d+2k = 5k.$$

После вторичного повышения цена на диван станет

$$\left(\frac{5}{4}\right)^2 d = \frac{25}{16} \cdot 3k = 4\frac{11}{16} \cdot k.$$

Так как $4\frac{11}{16}k < 5k$, то средств на покупку дивана хватит.

2 способ

Пусть вся покупка (два кресла и диван) изначально стоила x рублей. Так как цены поднялись на 25 %, то диван и два кресла стоят теперь $\frac{5}{4}x$. Поскольку Ивану Ивановичу хватило бы x рублей только на диван и одно кресло, то на второе кресло ему не хватило $\frac{1}{4}x$. Итак, кресло после первого подорожания стоит $\frac{1}{4}x$ (стоило кресло $\frac{1}{4}x : \frac{5}{4} = \frac{1}{5}x$ изначально). Значит, диван после первого подорожания стоит $\frac{3}{4}x$, а после второго может стоить $\frac{3}{4}x \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}x < x$.

Ивану Ивановичу хватит средств на покупку дивана.

Дополнительные критерии:

1) Задача решена для конкретных значений цены товаров при условии, что сохранено соотношение между стоимостью дивана и кресла, но нет обоснования, что для других значений все остается верным – 3 балла

2) Сделан обоснованный вывод, что цена дивана в три раза выше, чем цена кресла, а далее продвижений нет – 2 балла

Баллы за 1) и 2) не суммируются

3) Только ответ – 0 баллов

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
7 класс

Задача 7.3

Условие:

Оля и Коля в некоторые дни лета решали олимпиадные задачи по математике. Причем Оля всегда решала 2, 3 или 4 задачи. А Коля в это же время успевал решить на две задачи больше, чем Оля. Оля за лето решила 160 задач. Мог ли Коля за лето решить 238 задач?

Ответ. Нет, не мог.

Решение:

Пусть k – количество дней, в которые ребята решали олимпиадные задачи.

Заметим, что $40 \leq k \leq 80$ (*).

Действительно, если $k < 40$, то максимальное число задач, решенных Олей, $4 \cdot k < 160$. Если же $k > 80$, то минимальное число задач, решенных Олей, $2 \cdot k > 160$.

Так как Коля каждый раз решает на две задачи больше, то за лето он решил на $2k$ задач больше, следовательно, $2k = 238 - 160 = 78$, откуда $k = 39$, что противоречит неравенству (*).

Замечание: можно было не устанавливать то, что $k \leq 80$. Для решения задачи достаточно обосновать, что $40 \leq k$.

Дополнительные критерии:

Только ответ – 0 баллов

Решение приведено для конкретного распределения задач по дням недели – 1 балл

Обосновано, что количество дней, в которые решали задачи, равно 39, а далее продвижений нет – 2 балла

Задача 7.4

Условие:

Из пункта A в пункт B вышел Дима. В этот же момент из пункта B в пункт A вышла Света. Через некоторое время Дима и Света встретились на расстоянии 530 метров от пункта B и продолжили движение, каждый в свою сторону. Дойдя до пункта B , Дима сразу повернул назад в пункт A . Света, дойдя до пункта A , сразу повернула в пункт B . Ребята во второй раз

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
7 класс

столкнулись на расстоянии 290 метров от пункта A . Найдите расстояние от пункта A до пункта B , если скорость каждого из ребят не меняется.

Ответ. 1300 метров.

Решение:

Сумма расстояний, которые ребята прошли до первой встречи как раз равна расстоянию от A до B . Сумма расстояний, которые ребята прошли до второй встречи равна утроенному расстоянию от A до B . Следовательно, до момента второй встречи прошло в три раза больше времени, чем до момента первой встречи. Света до первой встречи прошла 530 метров, значит, всего к моменту второй встречи она прошла 1590 метров, что на 290 метров больше расстояния от A до B . Итак, искомое расстояние 1300 метров.

Дополнительные критерии:

Только ответ – 0 баллов

Замечено, что до момента второй встречи прошло в три раза больше времени, чем до момента первой встречи, а далее продвижений нет – 3 балла

Логически верное решение, содержащее вычислительные ошибки – 5 баллов.

Задача 7.5

Условие:

Имеется 77 прямоугольных брусков размером $3 \times 3 \times 1$. Можно ли эти бруски уложить в прямоугольную коробку размером $7 \times 9 \times 11$ (коробка с крышкой)?

Ответ: Нельзя.

Решение:

Допустим, бруски уложены в коробку. Тогда они полностью ее заполняют. Рассмотрим слой коробки толщиной 1, расположенный у грани размером 7×11 . Каждый брусок либо целиком располагается внутри этого слоя, либо заполняет 3 кубика $1 \times 1 \times 1$ из этого слоя, и, следовательно, число кубиков размером $1 \times 1 \times 1$ в слое должно делиться на 3. Но число $7 \cdot 11$ на 3 не делится.

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
7 класс

Дополнительные критерии:

Только ответ – 0 баллов

Указано, что сумма объемов брусков равна объему коробки, а далее продвижений нет – 0 баллов

Рассмотрен только случай, когда бруски размещаются так, чтобы только грани 3×3 оказались на дне коробки – 0 баллов

Рассмотрен только случай, когда бруски размещаются так, чтобы только грани 3×1 оказались на дне коробки – 0 баллов