

## Условия и решения задач

**7.1** Матвей отмечает свой день рождения и по этому поводу принес 170 конфет, чтобы угостить своих одноклассников. После того, как он раздал каждому по одинаковому количеству конфет, у него осталось еще 9 штук, которыми он угостил классного руководителя. В каждом школьном кабинете размещается 14 парт, в классе Матвея учится больше 19 человек. Сколько одноклассников получили угощение от Матвея?

*Ответ:* 23.

*Решение.* Т. к. осталось 9 конфет, то раздали  $170 - 9 = 161$ . Разложим на множители  $161 = 7 \cdot 23$ . Поскольку учащихся в классе больше 19, но не больше  $14 \cdot 2 = 28$ , то получаем, что у Матвея 23 одноклассника, значит, угощение от Матвея получили 23.  $\square$

**7.2** Какое из чисел больше:

$$\frac{22222225}{22222228} \quad \text{или} \quad \frac{33333334}{33333337}?$$

*Ответ:*  $\frac{33333334}{33333337}$ .

*Решение.*

$$\frac{22222225}{22222228} = 1 - \frac{3}{22222228}; \quad \frac{33333334}{33333337} = 1 - \frac{3}{33333337}.$$

Т. к.  $33333337 > 22222228$ , то

$$\frac{3}{22222228} > \frac{3}{33333337}$$

Значит,

$$\frac{22222225}{22222228} < \frac{33333334}{33333337}$$

$\square$

**7.3** В компании есть два отдела: отдел разработки и отдел маркетинга. Сотрудники отдела маркетинга составляют 40% от общего числа сотрудников в компании, но получают 70% всего фонда оплаты труда. На сколько процентов средняя зарплата одного маркетолога больше средней зарплаты одного разработчика?

*Ответ:* 250.

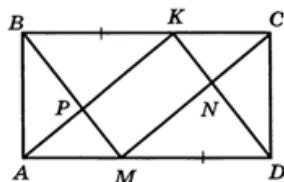
*Решение.* Пусть  $N$  — общее число сотрудников в компании. Предположим, что средняя зарплата маркетолога  $m$ , а разработчика —  $d$ . Тогда

$$0.4N \cdot m = 0.7(0.4N \cdot m + 0.6N \cdot d),$$

откуда  $m = 3.5d$ , т. е. зарплата маркетолога больше зарплаты разработчика на 250%.  $\square$

**7.4** Дан прямоугольник  $ABCD$ . На стороне  $BC$  взята точка  $K$ , а на стороне  $AD$  взята точка  $M$  так, что  $BK = DM$ . Отрезки  $AK$  и  $BM$  пересекаются в точке  $P$ , а отрезки  $DK$  и  $CM$  — в точке  $N$ . Докажите, что отрезки  $AP$  и  $CN$  равны.

*Решение.*



Нетрудно доказать, что  $\triangle ABK = \triangle CDM$ , откуда следует, что  $\angle BAK = \angle DCM$ ,  $\angle BAP = \angle DCN$ . Аналогично  $\triangle BAM = \triangle DCK$ , откуда  $\angle MBA = \angle KDC$ . Значит,  $\angle PBA = \angle NDC$ .

В треугольниках  $PAB$  и  $NCD$ :  $AB = CD$ ,  $\angle BAP = \angle DCN$ ,  $\angle PBA = \angle NDC$ . Следовательно,  $\triangle PAB = \triangle NCD$  по стороне и двум прилежащим углам, откуда  $AP = CN$ .  $\square$

**7.5** Среди 20 школьников состоялся турнир по теннису. Участников разбили с помощью жребия на пары, и те сыграли одну игру. Затем сыграли ещё одну игру, разбившись на пары по-другому. Победителями турнира были объявлены те участники, которые выиграли в двух играх. Найдите наименьшее возможное количество победителей турнира, если известно, что все теннисисты играют в разную силу, причём более сильный всегда побеждает более слабого.

*Ответ:* 1.

*Решение.* Самый сильный обязательно станет призёром. Покажем, что может быть ровно один призёр. Пронумеруем борцов по возрастанию силы от 1 до 20. В первом туре проведём поединки  $1-2, 3-4, \dots, 19-20$ , во втором —  $20-1, 2-3, \dots, 18-19$ . Тогда каждый, кроме самого сильного, в одном из туров проиграет.  $\square$