

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Решения задач.

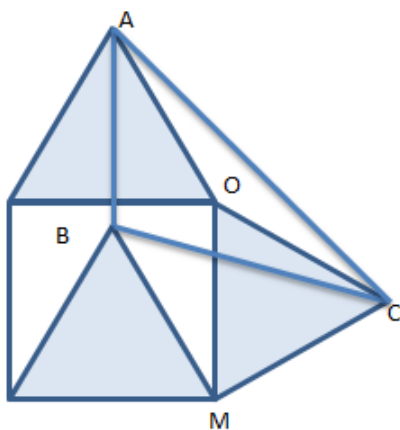
8.1. Домножим и разделим часть выражения на $(2-1)$:

$$\begin{aligned} & \frac{(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)}{2-1} - 2^{64} + 128 = \\ & \frac{(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)}{2-1} - 2^{64} + 128 = (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) - 2^{64} + 128 = \\ & (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) - 2^{64} + 128 = (2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) - 2^{64} + 128 = (2^{32}-1)(2^{32}+1) - 2^{64} + 128 = \\ & 2^{64} - 1 - 2^{64} + 128 = 127 \end{aligned}$$

Ответ: 127

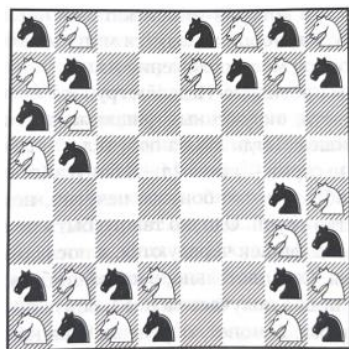
8.2. Рассмотрим равнобедренный $\triangle AOC$ ($AO = OC$). $\angle AOC = 150^\circ$, значит $\angle OAC = \angle OCA = 15^\circ$. В прямоугольном равнобедренном $\triangle BMC$ углы при основании BC равны по 45° , следовательно, $\angle OCB = 15^\circ$. При этом $\angle OAB = 30^\circ$.

Соответственно, $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 105^\circ$.



Ответ: 105° .

8.3. Четыре упряжки образуют прямоугольник 2×4 , причём кони из разных упряжек в таком прямоугольнике не бьют друг друга. На доске 8×8 можно разместить даже не три, а четыре таких прямоугольника, при этом кони из разных прямоугольников друг друга не бьют.



Ответ: Можно.

Комментарий: только ответ без обоснования – 1 балл.

8.4. Обозначим через q ту часть объёма всей колбы, которая остаётся в ней после каждого отливания в пробирку. Заметим, что каждый раз количество чистой кислоты в сосуде уменьшается так, что отношение её нового и старого объёмов равно q . Следовательно, концентрация кислоты после каждого разбавления водой становится равной её предыдущему значению, умноженному на q .

По условию после трёх разбавлений концентрация кислоты (в процентах) равна $40q^3 = 16\frac{7}{8} = \frac{135}{8}$, откуда $q^3 = \frac{27}{64}$, $q = \frac{3}{4}$. Раствор во второй пробирке получен после первого разбавления кислоты водой, поэтому искомая концентрация равна $40q = 40 \cdot \frac{3}{4} = 30\%$.

Ответ: 30%

8.5. Раскроем скобки и (не приводя подобные члены) выпишем в таблицу все получающиеся степени одночленов. Первая строка таблицы – это степени, получающиеся при умножении первого многочлена – сомножителя на первое слагаемое второго многочлена (равное 1); вторая строка – это степени, получающиеся при умножении первого многочлена на второе слагаемое второго многочлена (равное a^5), и т.д.

0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35
10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40
15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50
25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60

Всего в таблице 77 чисел, из них 24 входят в таблицу более одного раза (блоки повторяющихся чисел обведены рамкой). Следовательно, после приведения подобных членов получится $77 - 24 = 53$.

Ответ: 53 одночлена.