

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2025–2026 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 8 КЛАСС.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ТРЕБОВАНИЯ

Центральной Методической Комиссии всероссийской олимпиады школьников по
математике в 2025/2026 учебном году
по проверке и оцениванию решений заданий муниципального этапа

1. Порядок формирования жюри Олимпиады: из ведущих учителей школ муниципального образования, методистов муниципальных и региональных органов управлений образования, преподавателей, студентов и аспирантов вузов региона.

2. Требования к проверке работ:

Для объективности проведения Олимпиады обязательной является шифровка работ, проводимая членами оргкомитета олимпиады. Решение каждой задачи оценивается Жюри в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной центральной предметно-методической комиссией:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5	Решение в целом верное. Однако решение содержит ошибки, не влияющие на логику рассуждений.
3-4	Верно рассмотрен существенный (обычно, более сложный, а не частный) случай, получена основная оценка..
2	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии верного решения или имеются начальные продвижения..
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Дополнение Региональной Методической Комиссии: максимальная оценка за каждую задачу – 7 баллов, независимо от количества пунктов в ней (таким образом, общая максимальная оценка участника за 5 задач может быть 35 баллов). Если в задаче два пункта,

то максимальная оценка за решение лишь одного пункта – 4 балла. Наличие только ответа в задаче без обоснования не оценивается.

Жюри рассматривает записи решений, приведенные в чистовике. Черновик рассматривается только в случае ошибочного переноса записей из черновика в чистовик; Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты. Недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении; но баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи

Участники школьного этапа олимпиады были вправе выполнять олимпиадные задания, разработанные для более старших классов по отношению к тем, в которых они обучаются. В случае прохождения на последующие этапы олимпиады, данные участники выполняют олимпиадные задания, разработанные для класса, который они выбрали на школьном этапе олимпиады. Таким образом, участники школьного этапа олимпиады, выступавшие за более старшие классы, на муниципальном этапе также выполняют задания для более старших классов.

Результаты проверки всех работ участников Олимпиады члены Жюри заносят в итоговую таблицу.

3. Требования к порядку шифрования работ.

Работы участников перед проверкой обязательно шифруются. Наиболее удобной формой кодирования является запись шифра (например 9-01, 9-02, ...) на обложке тетради (на титульном листе) и на первой белой странице тетради (на каждой странице листа чистовика) с последующим снятием обложки (титульного листа) и ее отдельным хранением до окончания проверки. Расшифровка работ осуществляется после составления предварительной итоговой таблицы и предварительного определения победителей и призеров олимпиады.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Время выполнения 180 минут. Максимальное количество баллов – 35 баллов.

Максимальный балл за каждую задачу – 7 баллов

8.1. Два автомобиля едут по шоссе со скоростью 100 км/ч и с интервалом 8 м. У знака ограничения скорости машины мгновенно снижают скорость до 60 км/ч. С каким интервалом они будут двигаться после знака ограничения?

Ответ. 4,8 м. **Решение.** Пусть v (м/час) – скорость машин до знака, u (м/час) – скорость машин после знака. Вторая машина проедет знак позже первой на $8/v$ (час). За это время первая машина проедет $u(8/v)$ (метров) $= 8 \times 60/100 = 4,8$ (метров). Этот интервал и будет сохраняться после знака. *Комментарий.* Как следует из решения, результат зависит лишь от отношения u/v , поэтому переводить скорости в другие единицы измерения необязательно.

8.2. 30 учеников класса разыграли лотерею. В билетах были записаны все натуральные числа от 1 до 30. Могло ли оказаться так, что **а)** сумма чисел на билетах у мальчиков та же, что у девочек? **б)** сумма чисел у мальчиков вдвое меньше, чем у девочек?

Ответ. **а)** Не могло. **б)** Могло. **Решение.** **а)** Сумма S всех чисел на билетах нечетна: она равна $S = 30 \times (1+30)/2 = 465$. Поэтому разбить S на две равные части не удастся. **б)** Если разделить число 465 на 3, получим 155. Число 155 можно «набрать» так, например: возьмём пять самых больших чисел $30 + 29 + 28 + 27 + 26 = 140$ и добавив 15, получим нужную сумму 155. С такими числами в билетах у шести мальчиков получится искомый пример.

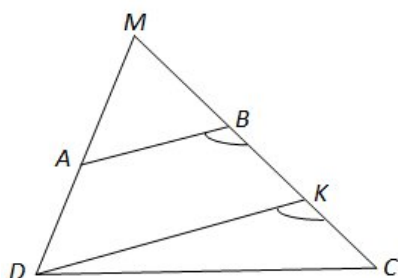
8.3. а) Найдите хотя бы одну пару двузначных чисел, обладающих таким свойством: если к первому из них прибавить 30, а из второго вычесть 20, то полученные числа останутся двузначными, а их произведение окажется равным произведению исходных чисел. **б)** Сколько всего таких пар?

Ответ. **б)** 19. **Решение.** **а)** Например, подходит пара 15 и 30. Другие пары указаны в решении пункта б). **б)** Пусть первое число x , а второе – y . По условию задачи x , $x + 30$, y и $y - 20$ – числа двузначные, поэтому $10 \leq x \leq 69$, $30 \leq y \leq 99$. Так как $xy = (x + 30)(y - 20)$, то имеем уравнение $3y - 2x = 60$. Отсюда следует, что x делится на 3, а y – на 2, т.е. $x = 3x_1$, $y = 2y_1$ и уравнение после деления на 6 запишется в виде $y_1 - x_1 = 10$. В силу указанных неравенств, $y_1 \geq 15$ и поэтому $x_1 = y_1 - 10 \geq 5$. С другой стороны, из неравенства $x \leq 69$ следует, что $x_1 \leq 23$. Таким образом, 19 значений x_1 соответствуют искомым парам (начиная с пары (15, 30) и заканчивая парой (69, 66)). **Другое обоснование пункта б)** после уравнения $3y - 2x = 60$. Получили линейное уравнение в целых числах, которому удовлетворяют $x = 15$, $y = 30$. Значит, множество решений этого уравнения имеет вид: $x = 15 + 3n$, $y = 30 + 2n$, где n – целое. В силу неравенства $10 \leq x \leq 69$, получим: $-1 \leq n \leq 18$, и

аналогично, из условия $30 \leq n \leq 99$ получим: $0 \leq n \leq 34$. Этим двум ограничениям на n удовлетворяют $0 \leq n \leq 18$. Таким образом, имеем 19 пар.

8.4. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Известно, что угол A больше угла D , а угол B больше угла C . Можно ли утверждать, что $AB < CD$?

Ответ. Можно. **Решение.** Углы A, B, C, D обозначим через a, b, c, d ,



соответственно. Поскольку $a + b + c + d = 360^\circ$ и $c + d < a + b$,

то $c + d < 180^\circ$ и значит, прямые DA и CB пересекаются в точке, скажем, M , лежащей в той же полуплоскости относительно прямой DC , что и четырехугольник $ABCD$.

Рассмотрим $DDMC$. На его сторонах DM и CM лежат точки A и B . Если $AB \parallel DC$, то утверждение задачи очевидно, т.к. D

AMB подобен $DDMC$ с коэффициентом подобия меньше единицы. Если же отрезки AB и DC не параллельны, то $a + d < 180^\circ$, $b + c < 180^\circ$ и поэтому верно хотя бы одно из строгих неравенств: $d > 180^\circ - a$ или $c > 180^\circ - b$ (иначе сложение неравенств $a + d < 180^\circ$ и $b + c < 180^\circ$ приводит к противоречию с равенством $a + b + c + d = 360^\circ$). Пусть, для определенности, $d > 180^\circ - a$. Проведем через точку D луч, параллельный AB (в той же полуплоскости относительно прямой DA , где лежит $ABCD$). Тогда он пройдет внутри угла ADC и пересечет отрезок BC в некоторой внутренней точке, скажем, K . Значит, треугольники AMB и DMK подобны, поэтому $AB < DK$. Но в $DDKC$ угол DKC равен b (по свойству параллельных AB и DK , пересеченных прямой MC). Следовательно, в $DDKC$ против угла DKC , большего, чем угол C , лежит сторона $DC > DK$. Итак, $DC > DK > AB$.

8.5. Существуют ли такие три различных числа a, b и c , что их модули больше 2025, а разности их квадратов $a^2 - b^2$, $b^2 - c^2$ и $c^2 - a^2$ представляют собой последовательные целые числа?

Ответ. Существуют. **Решение.** Сумма чисел $a^2 - b^2$, $b^2 - c^2$ и $c^2 - a^2$ равна нулю и поэтому из условия задачи о последовательных целых числах следует, что они должны быть равны $(-1), 0$ и 1 , соответственно. Равенство $b^2 - c^2 = 0$ означает, что либо $b = c$, либо $b = -c$, но поскольку числа a, b и c должны быть различными, возможен лишь второй случай. Итак, $b = -c$. Тогда из трёх уравнений $a^2 - b^2 = -1$, $b^2 - c^2 = 0$ и $c^2 - a^2 = 1$ второе и третье автоматически следуют из первого (с учетом равенства $b = -c$). Если в уравнении $(b - a)(b + a) = 1$ второй множитель взять достаточно большим, например, 10000, то первый будет равен 0,0001 и мы будем иметь два уравнения $b + a = 10000$ и $b - a = 0,0001$. Отсюда $2b = 10000,0001$ и $2a = 9999,9999$. Полученные числа $a = 9999,9999/2$, $b = 10000,0001/2$ и $c = -b$ удовлетворяют условиям задачи, поскольку они больше 2025.