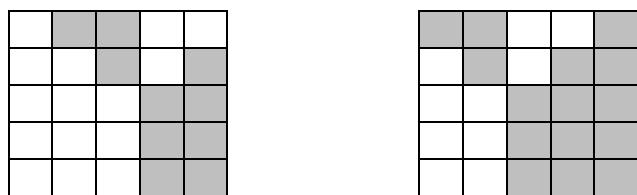


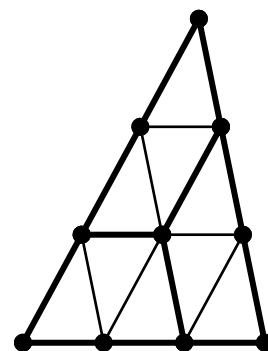
1. **Ответ:** 10 или 15. **Решение.** Так как каждые две строки таблицы содержат одинаковое количество красных клеток, то они содержат также одинаковое количество синих клеток; пусть в каждой строке n синих клеток. Тогда всего в таблице $5n$ синих клеток.

Возможное количество синих клеток в одном столбце таблицы равно 0, 1, 2, 3, 4 или 5. Поскольку каждые два столбца содержат разное количество синих клеток, количества синих клеток в столбцах таблицы равны пяти из шести указанных выше чисел. А значит, ровно одно из этих шести чисел (обозначим его x) не является количеством синих клеток ни в одном столбце таблицы. Тогда общее количество синих клеток в таблице равно $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 - x = 15 - x$.

Приравнявая $5n$ и $15 - x$, получаем, что $x = 15 - 5n = 5(3 - n)$, следовательно, x делится на 5. Поэтому $x = 0$ или $x = 5$. При $x = 0$ получаем $n = 3$ и $5n = 15$, а при $x = 5$ получаем $n = 2$ и $5n = 10$. Осталось убедиться, что существуют таблицы, удовлетворяющие условию задачи, с 10 и 15 синими клетками (на рисунке закрашены синие клетки).



2. **Ответ:** существует. **Решение.** Рассмотрим равносторонний треугольник. Разделим каждую сторону треугольника на три равные части. Через точки деления проведём прямые, параллельные сторонам; по теореме Фалеса эти прямые пересекают стороны также в точках деления (см. рисунок). Легко проверить, что прямые в центре рисунка проходят через точку пересечения медиан треугольника (так как делят соответствующие медианы в отношении 2 : 1, начиная от вершины), а значит, три прямые в центре имеют общую точку. Из 9 треугольников на рисунке в каждую из трапеций возьмём три треугольника. Стороны трапеций **выделены**. Длинная сторона каждой трапеции равна $2a/3$, где a – длина стороны равностороннего треугольника; остальные стороны равны $a/3$, а углы $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$.



3. **Ответ:** 62%. **Решение.** Пусть имеется a синих комплектов и b зелёных. Так как синий комплект содержит две синие конфеты («Космос») и одну зелёную («Волшебный сад»), а зелёный комплект – две зелёные конфеты и одну синюю, количество синих конфет равно $2a + b$, а количество зелёных конфет равно $a + 2b$. Общее количество конфет на складе равно $(2a + b) + (a + 2b) = 3a + 3b$. Известно, что $2a + b = 0,54 \cdot (3a + 3b)$, откуда $2a - 1,62a = 1,62b - b$, или $0,38a = 0,62b$, или $0,38(a + b) = 0,62b + 0,38b = b$. Мы выяснили, что зелёных комплектов 38% от количества комплектов; остальные 62% – это синие комплекты.

4. **Ответ:** 150. **Решение.** Так как 38% зрителей – это целое число зрителей, то и вдвое большее число (76% зрителей) также целое. Все остальные $100\% - 76\% = 24\%$ зрителей – это также целое число зрителей. Число втрое больше предыдущего (72% зрителей) также целое. Разность целых чисел целая, а значит, $76\% - 72\% = 4\%$ зрителей – также целое число. Число в 10 раз больше предыдущего (т.е. 40% зрителей) целое. Наконец, целой будет разность $40\% - 38\% = 2\%$ зрителей, или $2 / 100 = 1 / 50$ от количества зрителей. Поэтому количество зрителей n делится на 50.

Так как Бориса поддержало $65 > 50$ зрителей, то $n \neq 50$. Проверим, могло ли быть 100 зрителей; в этом случае Аню поддержали 38 зрителей, Бориса 65, но $38 + 65 > 100$, поэтому $n \neq 100$. Наконец, 150 зрителей присутствовать могли; в этом случае выступление Ани получило 38% от 150, или 57 голосов; выступление Бориса 65 голосов, выступление Вероники $150 - 57 - 65 = 28$ голосов.

5. **Ответ:** 2 взвешивания. **Решение.** Одного взвешивания не достаточно. В самом деле, может оказаться так, что вес фальшивой монеты лишь незначительно отличается от веса настоящей; взвешивая не одинаковые количества монет в группах, мы ничего не узнаем, так как в любом случае будет перевешивать та группа, в которой больше монет.

Если же взвешивать поровну монет в группах, мы не сможем гарантированно найти ни одной фальшивой монеты в случае равновесия на весах; проверим это. При взвешивании групп по одной монете обе монеты на весах могут быть настоящими. При взвешивании групп по две или по три монеты в случае, если в каждой группе по одной фальшивой монете, невозможно определить, какая из монет группы фальшивая.

Покажем, как определить фальшивую монету за 2 взвешивания. Положим на чаши весов по две монеты (это единственно возможное первое взвешивание; любое другое взвешивание не приводит к успеху по крайней мере в одном из случаев). Рассмотрим два случая.

Случай 1. Если весы в равновесии, значит, на каждой чаше либо 2 настоящие монеты, либо настоящая и фальшивая, поэтому вторым взвешиванием остаётся лишь сравнить веса монет, лежащих на одной чаше. В случае не равенства на весах во втором взвешивании фальшивая монета более лёгкая, а в случае равенства фальшивыми являются все три монеты, не побывавшие на весах в первом взвешивании.

Случай 2. Если одна из чаш в первом взвешивании перевесила, то на более лёгкой чаше находятся либо одна, либо две фальшивые монеты. Вторым взвешиванием сравниваем веса монет с более лёгкой чаши (та, что легче, фальшивая, а если они равны по весу, то фальшивые обе).