

Критерии и методика оценивания выполненных олимпиадных заданий

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ

**КРИТЕРИИ И МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ
ВЫПОЛНЕННЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО
ТУРА**

**возрастной группы (8 класс) муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике**

2025/2026 учебный год

Максимальная оценка результатов участника возрастной группы (8 класс) определяется арифметической суммой всех баллов, полученных за выполнение заданий и не должна превышать **35 баллов**.

Задание 1.

Правильный ответ.

Бульон украл Соня.

Решение.

Вором не может быть Мартовский Заяц, потому что вор сказал правду, а Заяц в этом случае, соврал. Вором не может быть Болванщик, потому что, в этом случае, Заяц сказал правду, а правду сказал только вор. Значит, вор – Соня.

Оценка задания.

Верный ответ с рассуждениями – **7 баллов**. В остальных случаях – **0 баллов**.

Задание 2.

Правильный ответ.

Они равны.

Решение.

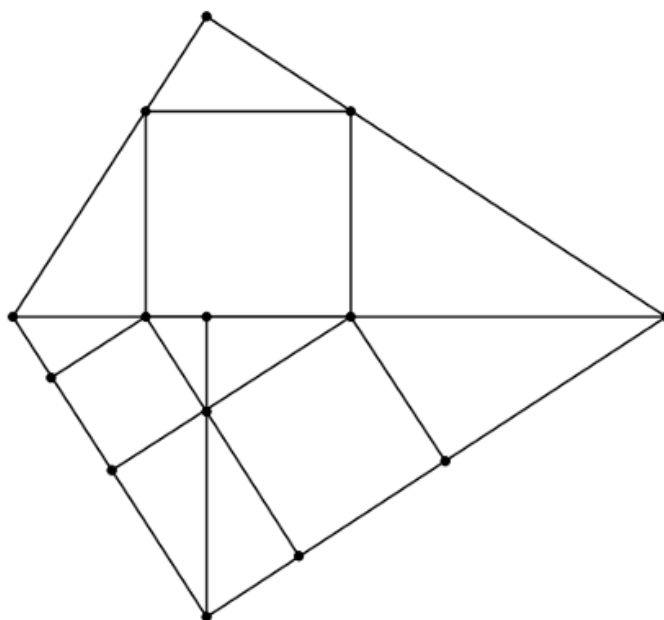
Заметим сначала, что квадрат со стороной на гипотенузе AB вписывается в прямоугольный треугольник ABC однозначно. (Например, потому, что если есть два таких квадрата, то гомотетия с центром в точке C переводит один из них в другой, оставляя при этом AB на месте, значит, коэффициент равен 1.). Далее можно действовать по-разному.

Решение 1.

Заметим, что все прямоугольные треугольники в задаче подобны. Значит, вписанные квадраты занимают в них одинаковую долю площади. Поэтому сумма площадей малых квадратов равна площади большого, так как это верно для содержащих их треугольников.

Решение 2.

Отразим прямоугольный треугольник относительно гипотенузы, один из треугольников разобьём высотой на два, впишем в них квадраты (см. рис.). Поскольку треугольники подобны, то вершины квадратов разбивают катеты в одном и том же отношении, поэтому совпадения вершин квадратов не случайны. Тогда по теореме Пифагора для треугольника, заключённого между квадратами, сумма площадей малых квадратов равна площади большого. Дважды заменяя в задаче пару малых квадратов на один вписанный той же площади, оставим только два квадрата, вписанные в равные треугольники. Значит, спрашиваемые в задаче площади равны.



Оценка задания.

Дан верный ответ и приведено его полное обоснование – **7 баллов**. Дан верный ответ и приведено частичное обоснование – **3 балла**. Неверное решение задачи или ответ без обоснования – **0 баллов**.

Задание 3.

Правильный ответ.

5 раз.

Решение.

Если Катя сколько-то раз ела кашу, то сырники она ела вдвое больше, а яичницу — в оставшиеся дни. Запишем возникающие варианты в виде таблицы:

каша	сырники	яичница
1	2	11
2	4	8
3	6	5
4	8	2
5 или больше	10 или больше	невозможно

Катя могла завтракать каждым видом еды не больше 7 раз (докажем это ниже). Значит, единственная возможность — она ела кашу 3 раза, сырники 6 раз, яичницу 5 раз. Разобьём 14 дней на 7 пар соседних дней. По условию любой вид еды в каждой такой паре встречался не больше 1 раза. Значит, любой вид еды действительно встречался не больше 7 раз.

Оценка задания.

Дан верный ответ и приведено его полное обоснование – **7 баллов**. Дан верный ответ и приведено частичное обоснование – **3 балла**. Неверное решение задачи или ответ без обоснования – **0 баллов**.

Задание 4.

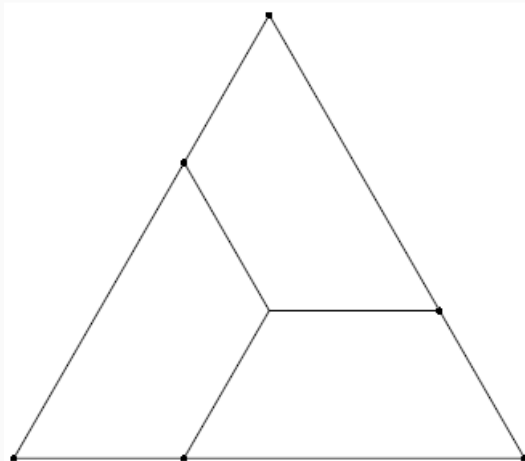
Правильный ответ.

Да.

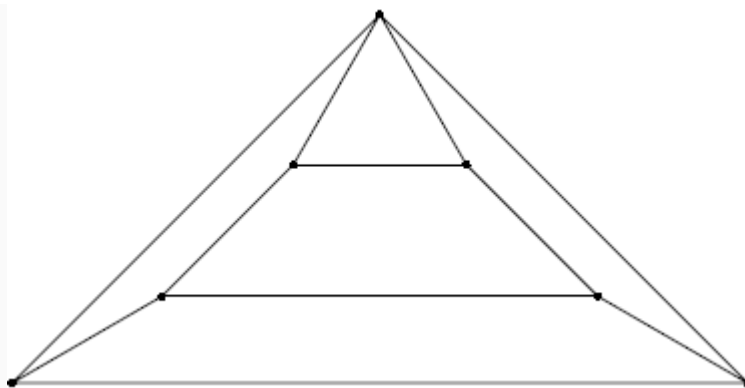
Решение.

Поскольку любой многоугольник можно разрезать на треугольники, а любой треугольник – на равнобедренные треугольники (проведя высоту к наибольшей стороне и соединив ее основание с серединами двух других сторон), то достаточно решить задачу для равнобедренных треугольников.

Заметим, что правильный треугольник можно разрезать на три равнобоких трапеции, проведя из его центра три луча, параллельных сторонам.



Теперь, если угол при вершине равнобедренного треугольника больше 60° , его можно разрезать на равнобокие трапеции, применив несколько раз конструкцию на рисунке ниже.



Если же угол при вершине равнобедренного треугольника меньше 60° , то разрежем его на три треугольника, соединив вершины с центром описанной окружности. Два из

получившихся треугольников будут тупоугольными, а у третьего угол при вершине вдвое больше, чем у исходного. Повторив этот приём несколько раз, мы разрежем исходный треугольник на равнобедренные с углами при вершине больше 60^0 .

Оценка задания.

Дан верный ответ и приведено его полное обоснование – **7 баллов**. Дан верный ответ и приведено частичное обоснование – **3 балла**. Неверное решение задачи или ответ без обоснования – **0 баллов**.

Задание 5.

Правильный ответ.

$m = n = 1$ и $m = n = 2$.

Решение.

Пусть $m!! = n!$. Заметим, что $n!$ чётно при $n > 1$. Поэтому при нечётных $m > 1$ решений нет.

Ясно, что $m = n = 1$ является решением.

Пусть $m = 2k$, где k натуральное. Тогда $n! = m!! = k!2k$. Отсюда $(k+1) \cdots n = 2k$. Одно из чисел $k + 1, k + 2$ нечётно. Так как оно больше единицы, оно не является делителем для $2k$. Значит, единственно возможный случай – это $2k = k + 1$. Но $2k > k + 1$ при $k \geq 2$ (так как $2^2 > 3$, а при дальнейшем увеличении k правая часть неравенства всегда увеличивается на 1, а левая – больше, чем на 1). Значит, в нашем случае $k = 1, m = 2$. Очевидно, $m = n = 2$ является решением.

Оценка задания.

Дан верный ответ и приведено его полное обоснование – **7 баллов**. Дан верный ответ и приведено частичное обоснование – **3 балла**. Неверное решение задачи или ответ без обоснования – **0 баллов**.