

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Решения задач.

9.1. $(x^2 - 4x + 4) + (4y^2 + 12y + 9) + (z^2 - 6z + 9) = -22 + 22$

$$(x-2)^2 + (2y+3)^2 + (z-3)^2 = 0$$

$$x = 2, y = -1,5, z = 3.$$

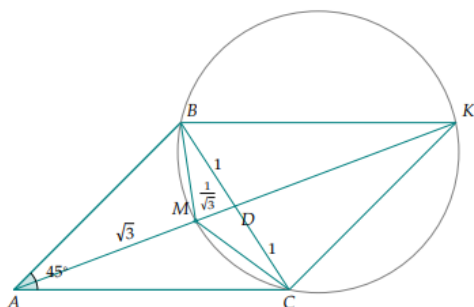
Ответ: $x = 2, y = -1,5, z = 3$.

9.2. График данной функции симметричен относительно $x = -\frac{a}{2}$,

$$-\frac{a}{2} = \frac{2024+2026}{2} = 2025, a = -4050.$$

Ответ: -4050.

9.3.



Удвоим медиану AD, тогда четырехугольник ABKC - параллелограмм, угол BKC равен углу BAC, т.е. угол BKC 45^0 .

M-точка пересечения медиан треугольника ABC, значит, если $BD = 1$, тогда $AD = \sqrt{3}$, а $MD = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Треугольники BDK и CDM подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними, т.к. $\frac{DM}{DC} = \frac{DB}{KD}$. (Можно рассматривать подобие треугольников MDC и ADC)

Тогда из точек B и M, лежащих по одну сторону от KC, этот отрезок виден под одним и тем же углом, значит, четырехугольник BKCM вписан в окружность, и угол BMC равен 135^0 ($180^0 - 45^0 = 135^0$).

Ответ: 135^0 .

Комментарий: обосновано подобие треугольников - 3 балла.

9.4. Пусть n - данное число, t - его остаток от деления на 40 и от деления на 625. Тогда $n - t$ делится на 40 и на 625, т.е. делится на их НОК, НОК (40, 625) = 5000. Значит, разность $n-t$ оканчивается либо на 5000, либо на 0000.

t меньше 40, поэтому в разряде тысяч может быть 0 или 5.

Например, 1000002, 1005002.

Ответ: 0 или 5.

9.5. Заметим, что общее число способов расставить 8 ладей на доске так, чтобы они не били друг друга равно $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8!$ (на первой вертикали 8 способами, на второй 7 и т.д.). Теперь подсчитаем количество способов расстановки 8 ладей так, чтобы какие-то две ладьи стояли на клетках одного цвета: пару ладей стоящих на клетках одного цвета можно расставить не более чем 32 способами (их может быть меньше, так как если клетки одного цвета стоят на одной горизонтали или вертикали, то мы ладьи поставить туда не можем). Остальные 6 ладей можно расставить $6!$ способами. Значит общее число способов расстановки в этом случае $k \leq 32 \cdot 6!$

Предположим, что ему не удастся это сделать. Это означает, что $k \geq 8!$, но тогда $32 \cdot 6! \geq 8!$, $32 \geq 8 \cdot 7$. Получаем противоречие.

Ответ: Да.

Комментарий:

Найдено только количество способов расстановки 8 ладей на шахматной доске, чтобы они не били друг друга: 2 балла

Найдена оценка на количество расстановок 8 ладей так, чтобы какие-то две ладьи стояли на клетках одного цвета: 4 балла

Задача в целом решена, но не учитывается, что если клетки одного цвета стоят на одной горизонтали или вертикали, то мы ладьи поставить туда не можем: не более 6 баллов.