

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

10.1. (7 баллов)

Сравните

$$2025^{2025} + 2024^{2024} \text{ и } 2025^{2024} + 2024^{2025}.$$

10.2. (7 баллов)

На берегу круглого озера четыре пристани K , L , P , Q . От пристани K отплывает катер, от L – лодка. Если катер поплывет прямо в P , а лодка – прямо в Q , то они столкнутся в некоторой точке X озера. Докажите, что если катер поплывет в Q , а лодка – в P , то они достигнут этих пристаней одновременно.

10.3. (7 баллов)

Докажите, что уравнение

$$x^4 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

не имеет решений.

10.4. (7 баллов)

Найдите среднюю линию равнобедренной трапеции с высотой h , если её боковая сторона видна из центра описанной окружности под углом 120° .

10.5. (7 баллов)

Население Острова лжецов 2025 человек, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все заявили: "У меня ровно два друга", "Я не дружу с рыцарями". Какое максимальное число лжецов может жить на острове?