

## 10 класс

1. Вычислить значение выражения:

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + \dots + 2022\sqrt{1 + 2023\sqrt{1 + 2024 \cdot 2026}}}}}$$

2. Может ли сумма 2025 подряд идущих натуральных чисел и сумма 2029 следующих натуральных чисел оканчиваться на одинаковую цифру? Если нет, докажите это. Если да, приведите пример.
3. Робот находится в точке с координатой 0 на числовой прямой. Он делает последовательность из 20 шагов. Каждый шаг он с равной вероятностью сдвигается либо на +1 (вправо), либо на -1 (влево). Какова вероятность того, что после 20 шагов он окажется в точке с координатой 0, но при этом ни разу за всю прогулку не побывает в точке с координатой -1?
4. Изобразите все решения уравнения на плоскости (x,y):

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 - 32xy + 49 = 0.$$

5. На столе лежит коробок с  $N$  спичками. Два игрока ходят по очереди. За ход можно взять 1, 2 или 4 спички. Игрок, который не может сделать ход (когда спичек не осталось), проигрывает. Для каких значений  $N$  у первого игрока есть выигрышная стратегия? Обоснуйте ответ.
6. Четырехугольник ABCD вписан в окружность  $\omega$ . Точка M – произвольная точка окружности  $\omega$ . Из точки M опустили перпендикуляры MF, ME, MG, MH на прямые, содержащие, соответственно, стороны AB, BC, CD, DA четырехугольника ABCD. Докажите, что  $MF \cdot MG = ME \cdot MH$ .