

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2025-2026 учебный год

10 класс

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, записать в каждой из них ответ и привести его обоснование (нужно записать полное развёрнутое решение). Задачи можно решать в любом порядке. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Время выполнения заданий - 235 минут.

10.1. На доску выписывают последовательность цифр 121122111222111122221... Сколько единиц будет записано на позициях с 1 по 10101 включительно, считая слева?

10.2. На городских соревнованиях по велосипедному спорту была придумана следующая схема проведения заездов: спортсмены вначале все едут одинаковое время – полчаса, а затем без остановки – дополнительное время, начисляемое по правилу: каждый получает в заезде дополнительное количество минут, равное расстоянию, которое он проехал за первые полчаса, измеренному в км. При подведении итогов выяснилось, что Василий за первые полчаса проехал на 6 км больше, чем Алексей, а по окончании заездов – на 11 км больше, чем Алексей. Найдите скорости езды Василия и Алексея, если эти скорости были постоянными.

10.3. При некотором значении параметра q уравнение $(x^2 + 10x + q)(x^2 + 10x + q + 18) = 0$ имеет четыре различных корня, и эти корни образуют арифметическую прогрессию. Каким может быть первый член этой прогрессии?

10.4. Выпуклый четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Известно, что $AB = 10$, $BC = CD = 25$ и $AD = 50$. Известно, что сумма углов A и D этого четырёхугольника меньше 180° . Чему может равняться эта сумма?

10.5. Артём задумал действительные числа $a_1, a_2, \dots, a_{15}$. После чего он в некотором порядке выписал какие-то из произведений (возможно, все) $a_1 a_2 a_3, a_2 a_3 a_4, \dots, a_{13} a_{14} a_{15}, a_{14} a_{15} a_1, a_{15} a_1 a_2$. Получился ряд из нечётных натуральных чисел $1, 3, 5, 7, \dots, 2k + 1$. Какое наибольшее k могло у него получиться?