

Условия задач

(районная математическая олимпиада 2025 г.)

10 класс

1. Пусть $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Чему равно значение выражения $\frac{\Phi\varphi \cdot \varphi^\Phi}{\varphi} + \frac{\Phi^\Phi \cdot \varphi^\varphi}{\Phi}$?

2. Найдите сумму $1 \cdot (1!) + 2 \cdot (2!) + \dots + 2025 \cdot (2025!)$.

Примечание. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, если $n \geq 2$ и $1! = 0$, $0! = 1$.

3. Найти все целые числа a, b, c , удовлетворяющие равенству:

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 30.$$

4. Первый член последовательности равен 2024. Каждый следующий равен сумме цифр предыдущего, умноженной на 31. Найдите 2025-й член последовательности.

5. Точка F – середина стороны BC квадрата $ABCD$. К отрезку DF проведён перпендикуляр AE . Найдите $\angle CEF$.