

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2025-2026 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.**

10-Й КЛАСС

1. Пусть $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$ – многочлен с целыми коэффициентами, причем $f(0)$ и $f(1)$ – нечетные числа. Доказать, что уравнение $f(x) = 0$ не имеет целых корней.

2. Доказать, что $(2^{3^n} + 1) : 3^{n+1}$ для любого $n \in \mathbb{N}$.

3. Точка P лежит внутри равностороннего треугольника ABC и расположена на расстоянии x , y и z от трёх его сторон, а h – высота треугольника ABC . Выразите с обоснованием h через x , y и z .

4. В турнире принимают участие 2026 участников. В первом круге турнира каждый участник играет только один раз, так что оказывается сыгранными 1013 игр парами игроков. Вычислить сколькими различными способами могли быть сформированы пары в первом круге.

5. Определить m , при которых уравнение относительно x

$$x^4 - (3m + 2)x^2 + m^2 = 0$$

имеет четыре действительных корня, являющиеся членами арифметической прогрессии.

*На выполнение задания дается 3 часа 55 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов*