

10 класс

10.1. Можно ли расположить пятнадцать чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15 в клетках таблицы 3×5 так, чтобы суммы чисел в каждой строчке были одинаковы и суммы чисел в каждом столбце были одинаковы?

10.2. Докажите, что если четыре простых числа p, q, r, s удовлетворяют неравенству $5 < p < q < r < s < p+10$, то их сумма делится на 60.

10.3. Трапеция $ABCD$, где $BC \parallel AD$, вписана в окружность, E - середина дуги AD этой окружности, не содержащей точку C . Пусть F - основание перпендикуляра, опущенного из точки E на прямую, касающуюся окружности в точке C . Докажите, что $BC = 2 \cdot CF$.

10.4. Пусть A - множество натуральных чисел со следующим свойством: для любых двух элементов $m, n \in A$, $m \neq n$, выполняется неравенство $10|m - n| + 50 \geq mn$. Найдите максимально возможное количество элементов в A .

10.5. Дано множество A из 100 натуральных чисел, каждое из которых не меньше 1 и не больше 6, и натуральное число $t \leq 100$. За один ход можно выбрать произвольные t чисел из A и увеличить на 1 каждое из них, если оно меньше 6, а каждое число, равное 6, заменить на 1. Найдите все значения t , для которых при любом множестве A найдётся такая конечная последовательность ходов, что в результате каждое из чисел станет равным 6.