

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников по математике
в 2025-2026 учебном году**

10 класс

1. Фокусник расставил в клетках квадрата 7×7 числа от 1 до 49 в произвольном порядке. Затем он записал на доске суммы чисел во всех строках, во всех столбцах и на двух больших диагоналях. После этого он увеличил все числа, написанные на доске, на единицу. Наконец, все числа, написанные на доске, фокусник перемножил. Может ли в результате получиться число, состоящее из одних двоек?
2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 . Всегда ли треугольник A_1B_1C подобен треугольнику ABC ?
3. У всех членов кружка филателистов вначале было одинаковое количество марок. В некоторый момент один из членов кружка часть своих марок раздал другим филателистам, причем всем дал одинаковое количество марок. Затем такую же операцию произвел еще один филателист и т. д. Может ли быть такое, что после нескольких таких операций у некоторых трех членов кружка будет 77, 88 и 111 марок?
4. Графики функций $f(x)=x^2+ax+b$ и $g(x)=-x^2+cx+d$ не имеют общих точек. Докажите, что на плоскости можно провести прямую, относительно которой они лежат по разные стороны.
5. Число, большее 10, состоит из цифр 1, 3, 7, 9. Докажите, что оно делится на какое-нибудь простое число, большее 7.