

10 класс. Условия

Максимальное время выполнения заданий: 235 минут.
Все задания оцениваются из 7 баллов.

1. Серёжа разбил все целые числа от 1 до 100 на три группы и посчитал суммы чисел в каждой группе. Могло ли так оказаться, что первый из результатов в три раза больше, чем второй, а второй — в три раза больше, чем третий? (Числа в группе не обязаны идти подряд.)

2. В футбольном турнире каждая команда сыграла с каждой ровно по одному разу. Турнир игрался по системе 3-1-0, то есть 3 очка за победу, 1 за ничью, 0 за поражение. Могло ли так случиться, что команда, занявшая первое место (набравшая больше очков, чем другие), при другой системе подсчёта очков 2-1-0, то есть 2 очка за победу, 1 за ничью, 0 за поражение, была бы последней (набрала меньше очков, чем другие)?

3. Существуют ли пять различных натуральных чисел a, b, c, d, e , что среди дробей $\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{a}{e}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}, \frac{b}{e}, \frac{c}{d}, \frac{c}{e}, \frac{d}{e}$ ровно две несократимы?

4. В треугольнике ABC ($AB < BC$) угол B в 2 раза больше угла C . На стороне BC отмечена точка X так, что $AB = CX$. Окружность ABX вторично пересекает сторону AC в точке T . Докажите, что BT — биссектриса угла ABC .

5. У Вероники и Максима есть 2024 карточки, на которых написаны числа $1, 2, \dots, 2024$ (на каждой по одному числу). Ребята раздают по 1012 карточек каждому, после чего начинают играть, первым ходит Максим. За ход игрок выкладывает на стол одну из своих карточек. Игрок выигрывает, если после его хода сумма чисел на всех карточках на столе делится на 2025. Можно ли раздать карточки игрокам так, чтобы Максим мог победить, как бы ни играла Вероника?