

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2025/26 учебный год
10 класс

Задача 10.1

Внутри клетчатого прямоугольника размером 20×25 Олег решил закрасить другой прямоугольник (то есть отличающийся от исходного). Сколькими способами он может это сделать? Заметим, что 1) прямоугольники одинакового размера, находящиеся в разных местах, считаются различными, 2) закрашиваемый прямоугольник может иметь с исходным часть общей границы.

Задача 10.2

Решить уравнение $x^3 - y^3 = xy + 61$ в натуральных числах x и y .

Задача 10.3

На доске написаны числа 1 и 2. Разрешается дописывать новые числа следующим образом: если на доске имеются числа a и b , то можно дописать число $ab + a + b$. Можно ли этим способом получить число 13121.

Задача 10.4

В футбольном турнире 18 команд сыграли между собой 8 туров – каждая команда сыграла с восьмью разными командами. Доказать, что найдутся три команды, не сыгравшие между собой пока ни одного матча.

Задача 10.5

Каждая из диагоналей выпуклого четырехугольника $ABCD$ делит его площадь пополам. Доказать, что $ABCD$ – параллелограмм.