

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2025–2026 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС.

БЛАНК ЗАДАНИЙ

Время выполнения 180 минут. Максимальное количество баллов – 35 баллов.

10.1. Найдите значения параметра a , при которых два уравнения $a - 2ax = 11$ и $3x - a = 19$ имеют общий целый корень?

10.2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $(x^2 + xy - 2y^2)(x^2 y^2 - 1) = 0$.

10.3. Внутри треугольника ABC площади 2025 отметили 2024 точки. Докажите, что в этом треугольнике можно найти такие точки M, N, P , что $DMNP$ имеет единичную площадь и не содержит внутри ни одной отмеченной точки.

10.4. Рассмотрим множество пифагоровых треугольников, у которых один из катетов равен 2025 (пифагоров треугольник – это прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами). **а)** Сколько всего треугольников в этом множестве? (равные треугольники считаются за один). **б)** Докажите, что в этом множестве есть треугольник, у которого длина гипотенузы – простое число.

10.5. В клетчатом квадрате 7×7 вначале в каждой клетке были записаны нули. За один ход разрешается выбрать столбец и прибавить любое положительное число к любым двум соседним клеткам в выбранном столбце (прибавляемое число разрешается менять от хода к ходу). Можно ли за несколько ходов составить квадрат, в котором суммы во всех семи строках одинаковы?

Максимальный балл за каждую задачу – 7 баллов.