

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
в 2025-2026 учебном году

<i>Предмет</i>	<i>Класс</i>	<i>Дата</i>	<i>Время начала</i>	<i>Время окончания</i>
<i>математика</i>	<i>10</i>	<i>27 ноября 2025</i>	<i>10.00</i>	<i>13.55</i>

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Найти все целые числа x , при которых многочлен $2x^2 - x - 36$ принимает значения, равные квадратам простых чисел.

10.2. Пусть O - центр описанной окружности треугольника ABC , величина угла CBA равна 60° , а величина угла CBO равна 45° . Обозначим за P точку пересечения прямых BO и AC . Докажите, что длины отрезков AP и PO равны.

10.3. Решить в действительных числах систему уравнений:

$$ab + c + d = 3, bc + d + a = 5, cd + a + b = 2, da + b + c = 6.$$

10.4. Найти все натуральные $n > 1$, для которых все числа от 1 до n можно записать в некотором порядке в ряд $x_1, x_2, \dots, x_n$ так, что сумма $x_1 + x_2 + \dots + x_k$ делится на k для всех $k = 1, 2, \dots, n$.

10.5. В группе из 16 школьников каждый дружит ровно с тремя другими, при этом дружба взаимна. Всегда ли можно так рассадить школьников за парты по двое, чтобы за каждой партой сидели двое друзей?